PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 7. 1. April 1925. Redaktionsschluß für No. 9 am 10. April 1925. 26. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

K. Lichtenecker, Berechnung des optischen Brechungsquotienten nach der logarithmischen Mischungsregel. S. 297.

J. Kudar; Über das Gravitationsfeld eines sich bewegenden Massenpunktes und das dynamische Zweikörperproblem in der Einsteinschen Theorie. S. 302.

Th. Sexl, Eine einfache Ableitung des Widerstandsgesetzes sehr kleiner Kugeln in Gasen. S. 305.

Zusammenfassende Berichte:

G. Angenheister, Die physikalische Natur des erdmagnetischen Feldes S. 305.

Besprechungen:

W. Lietzmann, Methodik des mathematischen Unterrichts. S. 320.

Tagesereignisse. S. 320.

Personalien. S. 320.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Berechnung des optischen Brechungsquotienten nach der logarithmischen Mischungsregel.

Von Karl Lichtenecker.

Einleitung.

Es hat sich gezeigt, daß der Widerstand — und zugleich auch die Leitfähigkeit — einer Legierung beliebigen Mischungsverhältnisses, falls nur keine sekundären Erscheinungen, wie Mischkristallbildung, auftreten, gegeben ist durch die Beziehung, daß der Logarithmus des Widerstandes — und gleichzeitig auch der Logarithmus der Leitfähigkeit — eine lineare Funktion des Raumverhältnisses der Bestandteile ist.

Nicht nur die an mischkristallfreien Legierungen angestellten Messungen stimmen hiermit überein, sondern auch die engen Schrankenwerte, in welche sich der Aggregatwiderstand bei strenger Rechnung für verschiedenste Gestalt, Orientierung und Anordnung der Bausteine hat einschließen lassen[1]).

Die Überlegung, daß für die in Nichtleitern auftretenden Verschiebungsströme die Dielektrizitätskonstante eine (für diese Betrachtung) analoge Rolle spielt, wie die spezifische Leitfähigkeit für die Leitungsströme in Metallaggregaten, hat dazu geführt, die Anwendbarkeit dieses Gesetzes auf künstliche Aggregate, die aus Nichtleitern verschiedener Dielektrizitätskonstanten aufgebaut sind, zu erstrecken.

Auch hier ergab sich, daß für nichtleitende Mischkörper, an deren Aufbau beide Bestandteile gleichberechtigt beteiligt sind, innerhalb der Genauigkeitsgrenze der vorhandenen Messungen in allen bisher untersuchten Fällen der Logarithmus der Dielektrizitätskonstante eine lineare Funktion des Raumverhältnisses der Bestandteile ist[1]).

Berechnung optischer Brechungsverhältnisse von Gemischen.

Bezeichnen ϑ_1 und ϑ_2 die Raumanteile, ferner ε_1 und ε_2 die zugehörigen Dielektrizitätskonstanten der Bestandteile, so gilt also für die Dielektrizitätskonstante ε des Mischkörpers:

$$\log \varepsilon = \vartheta_1 \log \varepsilon_1 + \vartheta_2 \log \varepsilon_2$$

(„Logarithmische Mischungsregel").

Setzt man

$$\varepsilon = n^2 \quad (n = \text{Brechungsverhältnis}),$$

so folgt auch:

$$\log n = \vartheta_1 \log n_1 + \vartheta_2 \log n_2.$$

Eine Untersuchung des vorhandenen Messungsmaterials über das Brechungsverhältnis von Gemischen, die auf Veranlassung des Verfassers Herr Möldner in Angriff genommen hat, hat bereits zu dem Ergebnis geführt, daß die obige Gleichung im allgemeinen, d. h. wenn auch hier keine sekundären Erscheinungen auftreten, sehr weitgehend erfüllt ist.

Während, der Genauigkeitsgrenze der betreffenden Messungen entsprechend, für künstliche — metallische und nichtleitende — Aggregate die Übereinstimmung nur innerhalb von 1 Proz. des Wertes gezeigt werden konnte, ist die Genauigkeit, mit der etwa der Logarithmus des Brechungsverhältnisses einer Mischung von Metylal mit Schwefelkohlenstoff sich

1) K. Lichtenecker, Phys. Zeitschr. **25**, 169—235. 1924.

1) K. Lichtenecker, Ber. d. sächs. Akad. d. Wiss., 1924, Sitzg. vom 27. Okt. 1924 im Auszug: Phys. Zeitschr. **25**, 666, 1924.

Tabelle I.

Schwefelkohlenstoff — Metylal — Mischreihe.

Schwefelkohlenstoff: Spez. Gew. $s_1 = 1{,}2562$, Brech.-Verh. $n_1 = 1{,}62341$.
Metylal: Spez. Gew. $s_2 = 0{,}8561$, für gelbes Na-Licht: $n_2 = 1{,}35064$.
Temperatur: 25·4° C.
(entspricht der Tabelle 13 der Arbeit von Zawidzki).

Schwefelkohlenstoff		n als lineare Funktion der Gewichts-prozente	n als lineare Funktion der Volum-prozente	$\log n$ lineare Funktion der Volum-prozente	n exp. gemessen von Zawidzki	$n - n_I$	$n - n_{II}$	$n - n_{III}$
Gewichts-prozente	Volum-prozente	I	II	III				
00,00	00,00	1,35064	1,35064	1,35064	1,35064	0000	000	000
10.14	7,14	1,37829	1,37012	1,36845	1,36739	1090	273	106
20,21	14 74	1,40584	1,39086	1,38764	1,38556	2028	530	208
30 45	22,98	1,43370	1,41332	1,40893	1,40622	2748	710	271
40,45	31.65	1,46097	1,43696	1,43156	1,42831	3266	865	325
50.28	40,80	1,48779	1,46193	1,45595	1,45247	3532	946	348
60,06	50,61	1,51446	1,48808	1,48230	1,47892	3554	916	338
69,75	61,11	1,54089	1,51733	1,51135	1,50863	3226	870	272
80,00	73.16	1,56886	1,55020	1,54520	1,54264	2622	756	256
89,73	85,62	1,59539	1,58417	1,58105	1,57937	1602	480	168
94,25	91,78	1,60772	1,60008	1,59907	1,59829	0943	269	078
100 00	100.00	1,62341	1,62341	1,62341	1,62341	0000	000	000

als lineare Funktion der Raumanteile der Bestandteile ergibt, etwa um eine Zehnerpotenz größer.

Die obenstehende Tabelle I (entsprechend Tabelle 13 nach Zawidzki[1])) stellt die von dem genannten Autor durch Messung gewonnenen Werte des Brechungsverhältnisses n_{gem} zusammen mit den Werten, die sich unter verschiedenen Annahmen über die Abhängigkeit vom Mischverhältnis ergeben würden.

Und zwar gibt Spalte I die Werte für die Annahme I, daß das Brechungsverhältnis eine lineare Funktion der Gewichtsanteile (die hier zufällig mit den Molekulargewichtsanteilen zusammenfallen) wäre;

Spalte II entspricht der Annahme II, das Brechungsverhältnis des Mischkörpers sei eine lineare Funktion der Volumanteile;

Spalte III endlich entspricht der Annahme III, daß der Log. des Brechungsverhältnisses eine lineare Funktion der Volumanteile ist.

Die Ergebnisse der Tabelle I sind der Übersichtlichkeit halber auch graphisch im Diagramm 1 zusammengestellt.

Man sieht: Annahme I entspricht den Ergebnissen der Messung gar nicht, Annahme II schon viel besser, Annahme III dagegen ohne Frage weitaus am besten.

Ein Gemisch z. B. von 50,28 Gewichtsprozent Schwefelkohlenstoff in Metylal ergibt als Brechungsverhältnis:

nach der Mischungsregel, bezogen
auf Gewichtsprozente . . . . . $n = 1{,}488$

1) J. von Zawidzki, Zeitschr. f. phys. Chem. **35**, 129, 1900.

nach der Mischungsregel, bezogen
auf Volumprozente . . . . . $n = 1{,}462$
nach der logarithm. Mischungsregel,
bezogen auf Volumprozente . . . . $n = 1{,}456$
gemessen nach Zawidzki . . . . . $n = 1{,}453$

Trotzdem besteht auch unter Annahme III zwischen den berechneten und den gemessenen Werten eine kleine, aber vollkommen systematische und sehr regelmäßige Abweichung, die den Gedanken nahelegt, daß sie von irgendeinem, hier noch mitwirkenden sekundären Effekt verursacht ist, der sich der logarithmischen Kurve überlagert[1]).

Ein solcher sekundärer Effekt mindestens ist nun sicher vorhanden, falls die stillschweigend der Rechnung zugrunde liegende Annahme, daß die Dichten (spez. Gewichte) der Bestandteile sich bei der Mischung nicht verändern, nicht mehr zutrifft. Es wurde daher eine Mischkörperreihe herangezogen, bei der eine beträchtliche und bekannte Volumänderung bei der Mischung eintritt.

Die Mischungsreihe Pyridin—Wasser bot hierbei besonderes Interesse. Hier stimmen die gemessenen Werte des Brechungsverhältnisses n_{gem} mit den nach der logarithmischen Mischungsregel berechneten n_{log} zunächst gar nicht überein. Die gemessenen Werte n_{gem}

1) Die Größe dieser Abweichungen zwischen den nach der logarithmischen Linearität sich ergebenden und zwischen den experimentell gemessenen Werten des Brechungsverhältnisses $n_{log} - n_{gem}$ ist in der letzten Spalte der Tabelle I zusammengestellt. Es zeigt sich, daß die Abweichung bei 50 Proz. ihr Maximum aufweist, wo sie aber immerhin noch innerhalb etwa 0,2 Proz. bleibt, und daß sie sehr regelmäßig nach beiden Seiten hin abnimmt.

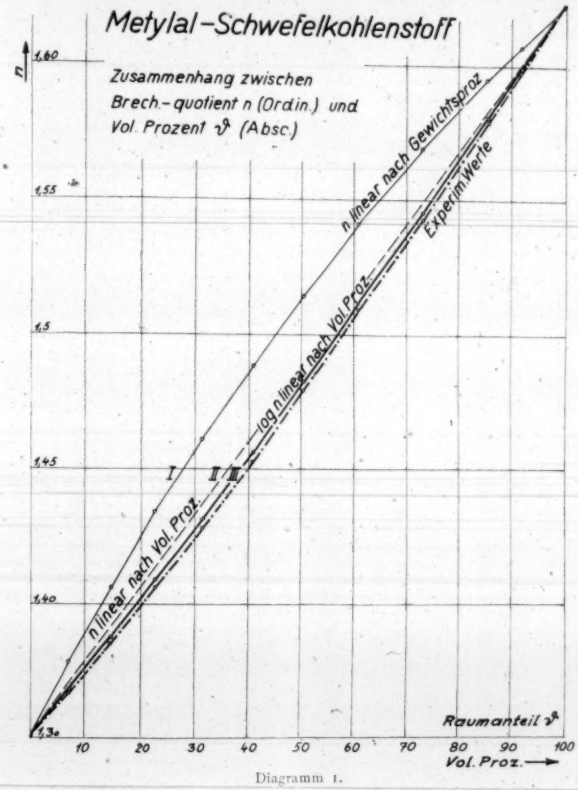


Diagramm 1.

sind nicht nur bedeutend (bis zu 7 Promille des Wertes) größer als die nach der logarithmischen Mischungsregel berechneten n_{log}, sondern sie sind, wie man durch Vergleich der beiden Spalten 3 und 4 der Tabelle II ersehen kann, sogar größer als die Werte n_{gewlin}, die sich unter Annahme linearer Abhängigkeit des Brechungsverhältnisses vom Gewichtsverhältnis der Mischung ergeben würden.

Nun ist aber bekannt, daß bei der Mischung von Pyridin mit Wasser eine Volumkontraktion eintritt. Für eine 50 proz. Pyridinlösung z. B. beträgt bei 25° C nach den neuesten Messungen von W. Jones[1]) das spezifische Gewicht, das ohne Volumkontraktion sich ergäbe, das Mittel aus $s = 0{,}9971$ für Wasser und $s = 0{,}9776$ für Pyridin, somit 0,9874. Das wirklich beobachtete spezifische Gewicht dieser 50 proz. Mischung beträgt jedoch bei der gleichen Temperatur nach W. Jones infolge der eintretenden Volumkontraktion 1,0032.

Innerhalb weiter Grenzen gilt nun bei Gasen (siehe z. B. Landolt und Börnstein, 959, 1924), daß der Überschuß des Brechungsverhältnisses über die Einheit $n - 1$, der Dichte proportional ist. Es würde somit folgen:

$$(n_{gem} - 1) : (n_{log} - 1) = 1{,}0032 : 0{,}9874$$

oder, wenn man die Werte aus Tabelle II einsetzt:

$$0{,}42591 : 0{,}41993 = 1{,}0032 : 0{,}9874.$$

Die Werte dieser beiden Quotienten betragen nun, tatsächlich bis auf etwa ein Promille übereinstimmend, 1,015.

Diese Übereinstimmung ist außerordentlich befriedigend, wenn man berücksichtigt, daß die

1) Landolt u. Börnstein, 1924, S. 461.

Tabelle II.

Wasser — Pyridin — Mischreihe.

Wasser: Spez. Gew. $s_1 = 0{,}9971$, Brech.-Verh.: $n_1 = 1{,}33266$.
Pyridin: Spez. Gew. $s_2 = 0{,}9776$, für gelbes *Na*-Licht: $n_2 = 1{,}50677$.
Temperatur: 25,2° Celsius.
(entspricht Tabelle 12 der Arbeit von Zawidzki).

Wasser							
Gewichts-prozente	Volum-prozente	n_{gewlin}	n_{log}	n_{gem}	$n_{gem} - n_{log}$	n_{corr}	$n_{gem} - n_{corr}$
0,00	0,00	1,50677	1,50677	1,50677	—	1,50677	—
8,61	8,46	1,49178	1,48980	1,49475	495	1,49420	+ 55
18,57	18,25	1,47444	1,47338	1,47976	638	1,48081	— 105
28,50	28,09	1,45715	1,45574	1,46295	721	1,46449	— 154
39,04	39,17	1,43775	1,43611	1,44306	695	1,44430	— 124
49,03	48,52	1,42140	1,41993	1,42591	598	1,42662	— 71
58,46	57,99	1,40497	1,40332	1,40874	542	1,40872	+ 2
68,82	68,41	1,38697	1,38551	1,38981	430	1,38984	— 3
79,01	78,80	1,36917	1,36815	1,37122	307	1,37109	+ 13
88,23	88,37	1,35317	1,35244	1,35433	189	1,35417	+ 16
100,00	100,00	1,33266	1,33266	1,33266	—	1,33266	—

Messungen des Brechungsverhältnisses und die Messungen der Volumkontraktion der Pyridin-Wasser-Gemische von zwei verschiedenen Autoren und an verschiedenen Ausgangskörpern gemacht worden sind, und ferner, daß die für reines Pyridin angegebenen Werte des spezifischen Gewichtes in der Literatur ziemlich stark untereinander differieren.

Man kann somit aus Messungen des Brechungsverhältnisses von Gemischen mit dem Totalrefraktometer die Volumkontraktion der Gemische auf einfache Weise berechnen, indem man die gemessenen Werte des Brechungsquotienten mit den nach der logarithmischen Mischungsregel sich ergebenden in Vergleich zieht.

Ist umgekehrt, wie im vorliegenden Falle, die Volumkontraktion einer Mischreihe bekannt, so kann unter Berücksichtigung derselben aus dem Werte des Brechungsquotienten, der sich aus der logarithmischen Mischungsregel ergibt, der wirkliche Wert des Brechungsquotienten der ganzen Mischreihe berechnet werden, wenn nur die Werte für die beiden reinen Bestandteile bekannt sind.

Berechnet man den Wert des Brechungsverhältnisses für das oben angezogene Beispiel einer Mischung gleicher Teile Pyridin und Wasser (49,03 Gew. Proz. Wasser) auf diese Weise, so ergibt sich als korrigierter Wert n_{corr}:

$$n_{corr} - 1 = \frac{1{,}0032}{0{,}9874} \cdot (n_{log} - 1)$$

$$n_{corr} = 1{,}4266.$$

Dieser Wert stimmt mit dem von Zawidzky gemessenen Werte $n_{gem} = 1{,}42591$ bis auf 5 Hundertstel Prozent des Wertes überein.

In der vorstehenden Tabelle II bedeuten:

n_{gewlin} die Werte des Brechungsquotienten, die sich ergeben würden, wenn dieser proportional dem Gewichtsverhältnis der Bestandteile wäre,

n_{log} die nach der logarithmischen Mischungsregel sich ergebenden Werte,

n_{corr} die aus n_{log} unter Berücksichtigung der Volumkontraktion sich ergebenden Werte.

Überzeugender und auch wichtiger als diese numerische Übereinstimmung des berechneten und gemessenen Einzelwertes des Brechungsverhältnisses ist die Übereinstimmung des allgemeinen Ganges der Abweichung des Brechungsverhältnisses und des Ganges der Volumkontraktion mit dem Raumverhältnis der Bestandteile.

Die Tabelle III und das beigegebene Diagramm 2 zeigen den Funktionalzusammenhang dieser beiden Größen mit dem Raumverhältnis der Mischung. Man sieht, daß beide Kurven durch Wahl eines geeigneten Ordinatenmaßstabes praktisch zur Deckung gebracht werden können.

Die noch vorhandenen kleinen Abweichungen, wie sie die letzte Spalte der Tabelle II zeigt, liegen sämtlich auf derjenigen Hälfte der Kurve, wo der Gehalt der Mischung an Pyridin den an Wasser überwiegt, wo also die großen Werte der Volumkontraktionen auftreten, so daß die durch Volumkontraktion hervorgerufene Änderung des Brechungsverhältnisses an sich schon bedeutender ist. Eine kleine Ungenauigkeit der Messung der Volumkontraktion hat somit auf dieser Hälfte der Kurve eine merkliche Änderung der Korrektur des Brechungsverhältnisses zur Folge. Überdies ist der Gradient der Kurven auf dieser Hälfte steil, die

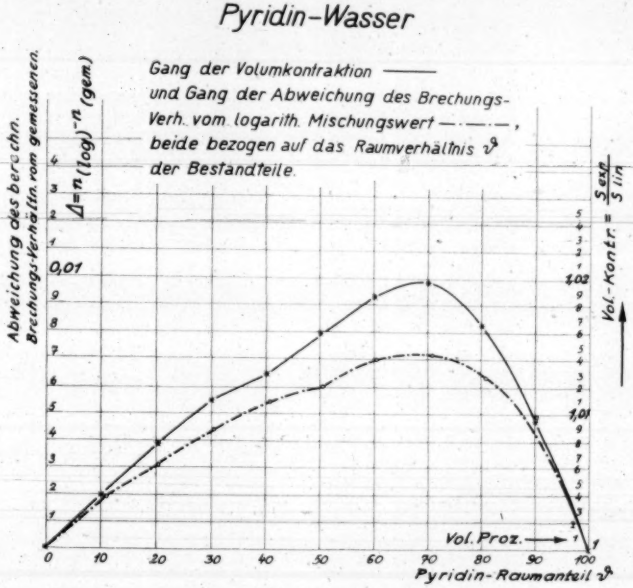


Diagramm 2.

Interpolation daher unsicherer und die Fehler, die durch die verschiedenen Grade der „Wasser-

Tabelle III.

Volumkontraktion für Pyridin — Wasser-Gemische nach W. Jones.

Volumkontraktion $K = \frac{S_{gemessen}}{S_{linear}}$.

Pyridin in Wasser				
Gewichtsprozente	Volumprozente	$S_{gemessen}$	S_{linear}	K
0	00,00	0,9971	0,9971	1,0000
10	10,18	0,9991	0,9951	1,0040
20	20,33	1,0008	0,9932	1,0077
30	30,43	1,0020	0,9912	1,0110
40	40,49	1,0021	0,9893	1,0129
50	50,51	1,0032	0,9813	1,0159
60	60,48	1,0028	0,9854	1,0187
70	70,42	1,0018	0,9834	1,0197
80	80,32	0,9979	0,9815	1,0167
90	90,18	0,9888	0,9795	1,0095
100	100,00	0,9776	0,9776	1,0000

freiheit" des als Ausgangskörper verwendeten Pyridinmaterials machen sich auf dieser Seite der Kurve geltend[1]).

1) Dieser Zusammenhang der beiden Kurven des Diagramms 2 ist von irgendwelchen Spezialannahmen über den Zusammenhang zwischen Dichte und Brechungsquotient vollkommen unabhängig; im besonderen daher auch von der für Gase als richtig erwiesenen Gleichung, die weiter oben herangezogen wurde.

Unterhalb 50 Proz. Volumkonzentration stimmen die nach der logarithmischen Mischungsregel unter Berücksichtigung der Volumkontraktion berechneten Werte des Brechungsquotienten derart mit den mit dem Refraktometer gemessenen überein, daß trotz Verschiedenheit der Beobachter und Verschiedenheit des Ausgangsmaterials die Abweichungen durchwegs kleiner sind als 1 Hundertstel Prozent der gemessenen Größe.

Ergebnis.

I. Die vom Verfasser für Widerstand, Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstante binärer Gemische als geltend dargetane logarithmische Mischungsregel ist auch zur Berechnung des optischen Brechungsverhältnisses von Mischkörpern verwendbar.

II. Für gewisse Mischreihen, z. B. Schwefelkohlenstoff-Metylal liefert die logarithmische Mischungsregel ohne weiteres die richtigen Werte mit weitgehender Genauigkeit.

III. Tritt bei der Mischung Volumkontrak-

tion auf, so ist die Einwirkung der Dichteänderung, in der bei Gasen bekannten Weise, dem nach der logarithmischen Mischungsregel sich ergebenden Werte hinzuzurechnen.

IV. Die so berechneten Werte des Brechungsverhältnisses der Mischreihe Pyridin—Wasser stimmen innerhalb der Genauigkeit, mit der die Volumkontraktion gemessen ist, mit den Werten, die sich durch Messung mit dem Totalrefraktometer ergeben, vollkommen überein.

Bei Pyridinkonzentrationen unterhalb 50 Volumprozent liegt die numerische Übereinstimmung in allen Fällen innerhalb ein Hundertstel Prozent des Wertes des Brechungsquotienten.

V. Damit ist die Möglichkeit gegeben, aus dem Brechungsverhältnis einer Mischreihe die Volumkontraktionsreihe zu errechnen und umgekehrt: aus den Brechungsverhältnissen der Ausgangskörper und aus der Volumkontraktion der Mischreihe die Reihe der Brechungsquotienten ohne weiteres zu berechnen.

Es genügt sodann jeweils die Bestimmung eines einzigen Wertes des optischen Brechungsverhältnisses zur quantitativen Analyse eines binären Gemisches.

Reichenberg, am 9. Februar 1925.

(Eingegangen 17. Februar 1925.)

Über das Gravitationsfeld eines sich bewegenden Massenpunktes und das dynamische Zweikörperproblem in der Einsteinschen Theorie.

Von Johann Kudar.

I.

Es sei gegeben ein Bezugssystem K mit den Lorentzschen Grenzbedingungen im Unendlichen

$$(ds^2 = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2)$$

und bewege sich ein Massenpunkt in diesem Bezugssystem mit der konstanten Geschwindigkeit v in der x_1-Richtung. Transformieren wir diesen Massenpunkt in Ruhe (Bezugssystem K') mit Hilfe der Lorentz-Transformation:

$$\left.\begin{aligned} x_0' &= \frac{x_0 - v x_1}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad x_1' = \frac{x_1 - v x_0}{\sqrt{1 - v^2}} \\ x_2' &= x_2, \quad x_3' = x_3, \end{aligned}\right| \qquad (1)$$

dann gelten im System K' ebenfalls die normalen Grenzbedingungen im Unendlichen

$$(ds^2 = dx_0'^2 - dx_1'^2 - dx_2'^2 - dx_3'^2),$$

da die Lorentz-Transformation die Lorentz-Form invariant läßt. Wir haben also in dem K'-System einen ruhenden Massenpunkt; folglich gilt in K' die Maßbestimmung des kugelsymmetrischen Gravitationsfeldes:

$$ds^2 = g_{00}' dx_0'^2 - (dx_1'^2 + dx_2'^2 + dx_3'^2) - l(x_1' dx_1' + x_2' dx_2' + x_3' dx_3')^2; \quad g_{00}' = 1 - \frac{\alpha}{r},$$

$$l = \frac{\alpha}{r^2 (r - \alpha)}; \quad r = \sqrt{x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2}.$$

Nach Anwendung der Lorentz-Transformation (1) bekommen wir die Maßbestimmung des K-Systems:

$$ds^2 = \sum_{i,k=0}^{3} g_{ik} dx_i dx_k,$$

worin gilt:

$$\left.\begin{aligned} g_{00} &= \frac{g_{00}' - v^2}{1 - v^2} - l v^2 \left(\frac{x_1 - v x_0}{1 - v^2}\right)^2, \quad g_{01} = v\left[\frac{1 - g_{00}'}{1 - v^2} + l\left(\frac{x_1 - v x_0}{1 - v^2}\right)^2\right], \\ g_{02} &= l v \frac{x_1 - v x_0}{1 - v^2} x_2, \quad g_{03} = l v \frac{x_1 - v x_0}{1 - v^2} x_3, \\ g_{11} &= \frac{g_{00}' v^2 - 1}{1 - v^2} - l\left(\frac{x_1 - v x_0}{1 - v^2}\right)^2, \quad g_{12} = -l \frac{x_1 - v x_0}{1 - v^2} x_2, \quad g_{13} = -l \frac{x_1 - v x_0}{1 - v^2} x_3, \\ g_{22} &= -1 - l x_2^2, \quad g_{23} = -l x_2 x_3, \quad g_{33} = -1 - l x_3^2. \end{aligned}\right| \qquad (2)$$

Darin sind g_{00}' und l wie oben, und

$$r = \sqrt{\frac{(x_1 - v x_0)^2}{1 - v^2} + x_2^2 + x_3^2}.$$

Wegen der Kovarianz sind diese g_{ik} strenge Lösungen der Feldgleichungen, wenn $v = \text{const}$ ist. Also stellt (2) das Gravitationsfeld eines sich geradlinig-gleichförmig bewegenden Massenpunktes dar.

Lassen wir die Bewegungsrichtung mit der x_1-Richtung nicht zusammenfallen, so können wir mit Hilfe der allgemeinen Lorentz-Transformation[1]) auf ähnliche Weise die Maßbestimmung des Gravitationsfeldes des im K-System sich an einer beliebigen Geraden gleichförmig bewegenden Massenpunktes ermitteln. Die g_{ik} werden von der kosmischen Zeit und den Geschwindigkeitskomponenten v_i abhängen.

Der Gedanke liegt nahe, die so gewonnene Maßbestimmung, welche für $v_i = \text{const}$ streng

1) Vgl. Madelung, Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers, S. 207. Berlin 1922.

gültig ist, auch in dem Falle, wenn die Bewegung nicht geradlinig-gleichförmig ist (also v_1, v_2, v_3 gegebene Funktionen der kosmischen Zeit sind), näherungsweise als gültig zu betrachten. So wäre möglich, auch das Zweikörperproblem näherungsweise zu behandeln.

Seien die Weltkoordinaten des einen Massenpunktes (m') x_i', die des anderen (m'') x_i''. Die Zeitkoordinaten der beiden Massenpunkte haben wir so einander zuzuordnen, daß immer $x_0' = x_0''$ sei. Das Gravitationsfeld des m'' wirkt auf m', dessen Bewegungsgleichungen werden:

$$\frac{d^2 x_i'}{ds'^2} + \sum_{\alpha,\beta=0}^{3} \left| \begin{matrix} \alpha\beta \\ i \end{matrix} \right|'' \frac{dx_\alpha' dx_\beta'}{ds' ds'} = 0 \quad (i = 0, 1, 2, 3), \tag{3}$$

worin die Christoffel-Symbole $\left| \begin{matrix} \alpha\beta \\ i \end{matrix} \right|''$ von

$$m'', x_0, x_k', x_k'', \frac{dx_k''}{dx_0}, \frac{d^2 x_k''}{dx_0^2} \quad (k = 1, 2, 3)$$

abhängen. Ebenso werden die Bewegungsgleichungen des m'':

$$\frac{d^2 x_i''}{ds''^2} + \sum_{\alpha,\beta=0}^{3} \left| \begin{matrix} \alpha\beta \\ i \end{matrix} \right|' \frac{dx_\alpha'' dx_\beta''}{ds'' ds''} = 0 \quad (i = 0, 1, 2, 3), \tag{4}$$

$$\frac{d}{dx_0}\left(\frac{dx_i'}{dx_0} \Big/ \sqrt{\sum_{\alpha,\beta=0}^{3} g''_{\alpha\beta} \frac{dx_\alpha' dx_\beta'}{dx_0 dx_0}} \right) + \sum_{\alpha,\beta=0}^{3} \left| \begin{matrix} \alpha\beta \\ i \end{matrix} \right|'' \sqrt{\sum_{\alpha,\beta=0}^{3} g''_{\alpha\beta} \frac{dx_\alpha' dx_\beta'}{dx_0 dx_0}} = 0$$

$$\frac{d}{dx_0}\left(\frac{dx_i''}{dx_0} \Big/ \sqrt{\sum_{\alpha,\beta=0}^{3} g'_{\alpha\beta} \frac{dx_\alpha'' dx_\beta''}{dx_0 dx_0}} \right) + \sum_{\alpha,\beta=0}^{3} \left| \begin{matrix} \alpha\beta \\ i \end{matrix} \right|' \sqrt{\sum_{\alpha,\beta=0}^{3} g'_{\alpha\beta} \frac{dx_\alpha'' dx_\beta''}{dx_0 dx_0}} = 0 \quad (i = 0, 1, 2, 3). \tag{3a u. 4a}$$

Diese simultanen Gleichungen enthalten die kosmische Zeit als unabhängige Variable.

II.

Das eben angegebene Verfahren kann man folgendermaßen explizit durchführen.

Sei die Bewegung des Massenpunktes im K-System durch die Funktionen

$$x_i = w_i(x_0) \quad (i = 1, 2, 3)$$

dargestellt. Denken wir uns augenblicklich, daß die Bewegung geradlinig-gleichförmig ist (mit den Geschwindigkeitskomponenten $\dot{w}_i = \frac{dw_i}{dx_0}$).

worin $\left| \begin{matrix} \alpha\beta \\ i \end{matrix} \right|'$ von

$$m', x_0, x_k'', x_k', \frac{dx_k'}{dx_0}, \frac{d^2 x_k'}{dx_0^2} \quad (k = 1, 2, 3)$$

abhängen.

Eliminieren wir die Eigenzeiten s' und s'' mit Hilfe der Relationen:

$$ds' = \sqrt{\sum_{\alpha,\beta=0}^{3} g''_{\alpha\beta} \frac{dx_\alpha' dx_\beta'}{dx_0 dx_0}} \cdot dx_0,$$

$$ds'' = \sqrt{\sum_{\alpha,\beta=0}^{3} g'_{\alpha\beta} \frac{dx_\alpha'' dx_\beta''}{dx_0 dx_0}} \cdot dx_0$$

(worin $g''_{\alpha\beta}$ von

$$m'', x_0, x_k', x_k'', \frac{dx_k''}{dx_0} \quad (k = 1, 2, 3)$$

und $g'_{\alpha\beta}$ von

$$m', x_0, x_k'', x_k', \frac{dx_k'}{dx_0} \quad (k = 1, 2, 3)$$

abhängen), so lauten die Bewegungsgleichungen (3) und (4):

Sei K ein in bezug auf K parallelverschobenes (aber in K ruhendes) Koordinatensystem, dessen Anfangspunkt mit dem (sich geradlinig-gleichförmig bewegenden) Massenpunkt für $x_0 = 0$ zusammenfällt. So können wir den Massenpunkt in Ruhe transformieren, und zwar mit Hilfe einer Lorentz-Transformation (K'-System) bzw. mit Hilfe einer Galilei-Transformation (K'-System). Das K'-System hat die normalen Grenzbedingungen im Unendlichen.

Die Lorentz-Transformation

$$K'(\cdots x_i' \cdots) \to \mathsf{K}(\cdots x_i \cdots)$$

für die Koordinaten und ihre Differentiale stellt das folgende Schema[1] dar:

1) E. Madelung, Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers, S. 207. Berlin 1922.

(A)		dx_0 [1])	dx_1	dx_2	dx_3
		x_0 [1])	x_1	x_2	x_3
dx_0'	x_0'	λ	$-\dot{w}_1\lambda$	$-\dot{w}_2\lambda$	$-\dot{w}_3\lambda$
dx_1'	x_1'	$-\dot{w}_1\lambda$	$1-\frac{\dot{w}_1^2}{\dot{w}^2}\mu$	$-\frac{\dot{w}_1\dot{w}_2}{\dot{w}^2}\mu$	$-\frac{\dot{w}_1\dot{w}_3}{\dot{w}^2}\mu$
dx_2'	x_2'	$-\dot{w}_2\lambda$	$-\frac{\dot{w}_1\dot{w}_2}{\dot{w}^2}\mu$	$1-\frac{\dot{w}_2^2}{\dot{w}^2}\mu$	$-\frac{\dot{w}_2\dot{w}_3}{\dot{w}^2}\mu$
dx_3'	x_3'	$-\dot{w}_3\lambda$	$-\frac{\dot{w}_1\dot{w}_3}{\dot{w}^2}\mu$	$-\frac{\dot{w}_2\dot{w}_3}{\dot{w}^2}\mu$	$1-\frac{\dot{w}_3^2}{\dot{w}^2}\mu$

worin $\lambda=\frac{1}{\sqrt{1-\dot{w}^2}}$, $\mu=1-\lambda$ und

$$\dot{w}^2=\dot{w}_1^2+\dot{w}_2^2+\dot{w}_3^2$$

bedeuten.

Die Galilei-Transformation

$$\mathsf{K}(\cdots x_i\cdots)\to\mathsf{K}'(\cdots x_i'\cdots)$$

$$x_i=x_i'+\dot{w}_i x_0$$

$$dx_i=dx_i'+\dot{w}_i dx_0$$

und die Galilei-Transformation

$$\mathsf{K}'(\cdots x_i'\cdots)\to K(\cdots x_i\cdots)$$

lautet:

$$x_i'=x_i-w_i$$

$$dx_i'=dx_i-\dot{w}_i dx_0.$$

Also wird das Schema der Transformation $K'(\cdots x_i'\cdots)\to K(\cdots x_i\cdots)$ für die Koordinaten und ihre Differentiale:

(B)		dx_0	dx_1	dx_2	dx_3
		x_0	$x_1+\dot{w}_1x_0-w_1$	$x_2+\dot{w}_2x_0-w_2$	$x_3+\dot{w}_3x_0-w_3$
dx_0'	x_0'	λ	$-\dot{w}_1\lambda$	$-\dot{w}_2\lambda$	$-\dot{w}_3\lambda$
dx_1'	x_1'	$-w_1\lambda$	$1-\frac{\dot{w}_1^2}{\dot{w}^2}\mu$	$-\frac{\dot{w}_1\dot{w}_2}{\dot{w}^2}\mu$	$-\frac{\dot{w}_1\dot{w}_3}{\dot{w}^2}\mu$
dx_2'	x_2'	$-\dot{w}_2\lambda$	$-\frac{\dot{w}_1\dot{w}_2}{\dot{w}^2}\mu$	$1-\frac{\dot{w}_2^2}{\dot{w}^2}\mu$	$-\frac{\dot{w}_2\dot{w}_3}{\dot{w}^2}\mu$
dx_3'	x_3'	$-\dot{w}_3\lambda$	$-\frac{\dot{w}_1\dot{w}_3}{\dot{w}^2}\mu$	$-\frac{\dot{w}_2\dot{w}_3}{\dot{w}^2}\mu$	$1-\frac{\dot{w}_3^2}{\dot{w}^2}\mu$

worin λ und μ ihre vorige Bedeutung haben.

Bisher haben wir immer vorausgesetzt, daß der Massenpunkt sich geradlinig-gleichförmig bewegt. In diesem Falle gilt im K'-System die Schwarzschild-Hilbertsche Maßbestimmung:

$$ds^2=\left(1-\frac{\alpha}{r}\right)dx_0'^2-(dx_1'^2+dx_2'^2+dx_3'^2)-$$

$$-\frac{\alpha}{r^2(r-\alpha)}(x_1'dx_1'+x_2'dx_2'+x_3'dx_3')^2$$

$$(r=\sqrt{x_1'^2+x_2'^2+x_3'^2}), \qquad (5)$$

da der Massenpunkt sich im Anfangspunkt des K'-Systems befindet, und in K' die normalen Grenzbedingungen gelten.

Führen wir in (5) die Transformation (B) ein, so können wir die strenge Form der Maßbestimmung des Gravitationsfeldes eines sich in K auf einer beliebigen Geraden gleichförmig bewegenden Massenpunktes ohne weiteres ausrechnen.

Ist die Bewegung nicht geradlinig-gleichförmig, so können wir kein Koordinatensystem mit normalen Grenzbedingungen finden, in dem der Massenpunkt sich dauernd in Ruhe befinde. Es gibt aber für jeden Augenblick ein K'-System mit normalen Grenzbedingungen, welches sich in bezug auf K mit der augenblicklichen Geschwindigkeit des Massenpunktes bewegt. Dann wird aber (B) keine eigentliche Punkttransformation, sondern setzt sich dieses Transformationsschema aus einer Punkttransformation und aus einer infinitesimalen Lorentz-Transformation zusammen. In diesem Sinne dürfen wir die so gewonnene Maßbestimmung (welche also aus (1) durch Anwendung der Transformation (B) entsteht) auch im Falle einer beliebigen Bewegung näherungsweise gültig betrachten. Sei diese Maßbestimmung:

$$ds=\sum_{i,k=0}^{3}g_{ik}dx_i dx_k,$$

so hängen g_{ik} von den vier Weltvariablen x_0, x_1, x_2, x_3 und von w_1, w_2, w_3; $\dot{w}_1, \dot{w}_2, \dot{w}_3$ ab. Dementsprechend werden in den Christoffel-Symbolen noch die Beschleunigungen

$$\ddot{w}_1\left(=\frac{d^2w_1}{dx_0^2}\right), \ddot{w}_2, \ddot{w}_3$$

vorkommen.

In den so ermittelten g_{ik}-Komponenten und Christoffel-Symbolen identifizieren wir die freien Variablen x_1, x_2, x_3 mit den Koordinaten des einen, w_1, w_2, w_3 mit den des anderen Massenpunktes; so bekommen wir nach Gleichungen (3a) und (4a) die explizite Form der Bewegungsgleichungen des Zweikörperproblems.

Szeged (Ungarn), 10. März 1925.

(Eingegangen 12. März 1925.)

1) Man beachte, daß in K, K und K' dieselbe kosmische Zeit gilt.

Eine einfache Ableitung des Widerstandsgesetzes sehr kleiner Kugeln in Gasen.

Von Th. Sexl.

§ 1. Es seien in einem Gase regellos kugelförmige Teilchen suspendiert. Unter dem Einfluß einer Kraft $\mathfrak{K} = -\operatorname{grad} \Phi$ sollen die Teilchen eine Geschwindigkeit $\mathfrak{v} = \frac{\mathfrak{K}}{W}$ erhalten. Dann gilt nach bekannten Einsteinschen Überlegungen für den dynamischen Gleichgewichtszustand dieser suspendierten Teilchen

$$\frac{n\mathfrak{K}}{W} - D \operatorname{grad} n = 0 = \operatorname{grad}\left(\frac{\Phi}{DW} + \log n\right);$$

integriert $n = \text{const}\, e^{-\frac{\Phi}{DW}}$. Mit Hilfe des bekannten Satzes der statistischen Mechanik[1]) $n = \text{const}\, e^{-\frac{\Phi}{kT}}$ folgt die Einsteinsche Relation $kT = DW$. Der Widerstand eines suspendierten Teilchens wird somit $W = \frac{kT}{D}$. Nach O. E. Meyer[2]) ist

$$D = \frac{3\sqrt{kT}}{16\sqrt{\frac{\pi}{2}}(r_1 + r_2)^2 (N_1 + N_2)\sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}}$$

Diesen Wert für D eingesetzt ergibt, da

$$\sqrt{kT} = \sqrt{\frac{m_1 \pi}{8}} \cdot c_1,$$

$$W = \frac{4}{3}\pi c_1 (N_1 + N_2)\sqrt{m_1}\sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}(r_1 + r_2)^2.$$

Es seien in der Volumeinheit nur wenige, den Gasmolekülen gegenüber große, der mittleren freien Weglänge l gegenüber kleine, kugelförmige Teilchen suspendiert. Bezieht sich der Index 1 auf das Gas, der Index 2 auf das suspendierte Teilchen, so folgt unter Berücksichtigung von $N_1 + N_2 \to N_1$,

$$\sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}} \to \sqrt{m_1} \text{ und } (r_1 + r_2)^2 \to r_2^2$$

$$W = \frac{4}{3}\pi c_1 N_1 m_1 r_2^2.$$

Da $\mu = \varkappa c_1 N_1 m_1 l$ ist, so erhält man schließlich für den Widerstand eines kugelförmigen in einem Gase unter dem Einfluß einer Kraft $\mathfrak{K}$ sich bewegenden Teilchens die Formel

$$W = \frac{4}{3}\pi \frac{\mu}{\varkappa l} r_2^2 = \frac{6\pi\mu a^2}{Al},$$

wobei der Teilchenradius wie gewöhnlich mit a bezeichnet wurde und $\frac{9\varkappa}{2} = 1{,}575 = A$ gesetzt ist.

§ 2. Die erhaltene Formel ist mit dem Stokes-Cunninghamschen[1]) Widerstandsgesetz

$$\mathfrak{K} = \frac{6\pi\mu a}{1 + A\frac{l}{a}} \cdot \mathfrak{v},$$

da dieses für $\frac{l}{a} \gg 1$ in $\mathfrak{K} = \frac{6\pi\mu a^2}{Al} \cdot \mathfrak{v}$ übergeht, in Einklang. Auch mit kürzlich veröffentlichten Rechnungen Epsteins[2]) besteht völlige Übereinstimmung.

1) Vgl. Cl. Schaefer, Theor. Phys. II. S. 647.
2) O. E. Meyer, Die kinetische Theorie der Gase, 2. Aufl., S. 270. In obiger Formel ist der Unterschied zwischen $\overline{c}^2$ und $\overline{c^2}$ berücksichtigt, was bei O. E. Meyer selbst nicht der Fall ist.

1) E. Cunningham, Proc. Roy. Soc. (A), **83**, 357, 1910; F. Zerner, Phys. Zeitschr. **20**, 546, 1919.
2) P. S. Epstein, Phys. Rev. **23**, 710, 1924.

Universität Wien, III. phys. Inst., Februar 1925.

(Eingegangen 11. März 1925.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Besorgt von R. Seeliger.

Die physikalische Natur des erdmagnetischen Feldes.

(Erweiterung eines Referates, gehalten auf der Naturforscherversammlung, Innsbruck, September 1924.)

Von G. Angenheister.

Inhalt.

I. Die Zerlegung des erdmagnetischen Feldes.
II. Das Innenfeld:
Der rotationssymmetrische Anteil;
Vergleich des Magnetfeldes der Sonne und Erde;
Die Quermagnetisierung der Erde;
Innenfeld und Säkularvariation.
III. Das Außenfeld:
Numerische Angaben;
Außenfeld und Säkularvariation.
IV. Die periodischen Variationen:
Der äußere Anteil;
Der innere Anteil.
V. Das Störungsfeld:
Allgemeines über Störungen;
Nachstörung und Polarlichter;
Sonnentätigkeit und Störungen.
VI. Der potentiallose Anteil.
Zusammenfassung.

I. Die Zerlegung des erdmagnetischen Feldes.

Das erdmagnetische Feld an der Oberfläche der Erde zeigt eine räumliche und eine zeitliche Veränderlichkeit. Die Aufgabe der Beobachtung ist somit eine zweifache: Die erdmagnetischen Land- und Weltvermessungen ermitteln die geographische Verteilung des Feldes; etwa 50 über die ganze Erde verteilte Observatorien verfolgen fortlaufend die zeitlichen Variationen.

Seereisen, gelegentliche Expeditionen zu Forschungszwecken und die magnetische Vermessung der Kulturländer haben in den letzten Jahrhunderten das Material geliefert, das zu Berechnungen des Potentials des erdmagnetischen Feldes und zur Konstruktion von Karten isomagnetischer Linien (gleicher Kraft- oder Richtungskomponenten) verwendet werden konnte. Dies Material war inhomogen, — nur verhältnismäßig selten waren für einen Ort alle drei Elemente: Intensität und Richtungswinkel, gemessen — sodann war es durch die Zufälligkeit seines Entstehens räumlich und zeitlich sehr ungleichförmig verteilt. Die unzureichende Kenntnis der Säkularvariation erschwerte die Reduktion auf eine gleiche Epoche. Erst die seit 1905 durch die Carnegie-Institution von L. A. Bauer systematisch unternommene Weltvermessung, besonders der Ozeane und bisher ungenügend vermessenen Landgebiete (Afrika, Australien, Südamerika, China usw.) schaffte eine zeitlich und räumlich weit homogenere Grundlage. Diese Vermessung ist jetzt zu einem vorläufigen Abschluß gekommen. Sie fügt dem bisherigen Material rund 4000 Landstationen und 3000 Seestationen hinzu, zu denen Seefahrten von 600 000 km Länge auf einem eisenfreien Schiff notwendig waren.

Die 50 Observatorien liegen sehr ungleichmäßig verteilt; die meisten liegen in Europa; bislang nur 4 auf der südlichen Halbkugel, zu denen die Carnegie-Institution in den letzten Jahren eins in Australien und eins in Peru hinzugefügt hat; nur zwei liegen im weiten Gebiet des Stillen Ozeans, in Honolulu und das 1905 gegründete deutsche geophysikalische Observatorium in Samoa, das seit 1921 gemeinsam von der englischen Verwaltung Samoas und der Carnegie-Institution weitergeführt wird.

Die jetzt erreichte Genauigkeit der Vermessung verlangt eine häufige Vergleichung der Reise- und der Normalinstrumente der verschiedenen Länder untereinander. Ein internationaler magnetischer Standard ist in einer langen und mühsamen Arbeit durch solche Vergleichungen an allen Observatorien der Welt unter Leitung der Carnegie-Institution geschaffen.

Für eine analytische Behandlung der an der kugelförmigen Erdoberfläche gewonnenen erdmagnetischen Beobachtungen sind, soweit die erdmagnetischen Kräfte ein Potential besitzen, Kugelfunktionen die geeignete, und seit Gauß auch stets benutzte Form der Darstellung. Man hofft dabei schon durch wenige Glieder der Entwicklung die wesentlichen Züge der Kraftverteilung an der Erdoberfläche darzustellen, auch in den Gebieten, für die selbst keine Beobachtungen vorliegen, z. B. für die Polkappen. Dies letztere ist natürlich streng nicht zu erwarten, auch nicht für die ersten Glieder. Streng gültig sind die Koeffizienten stets nur für das vermessene Gebiet. Je dichter ferner das Vermessungsnetz wird, je mehr also Inhomogenitäten, die nur in hochgelegenen Schichten ihren Sitz haben, durch die Vermessung erfaßt werden, desto zahlreicher werden die höheren Glieder, die zu ihrer Darstellung notwendig sind, und um so mehr werden diese zu rein empirischen Konstanten. Dies zeigt insbesondere die letzte Berechnung für die Epoche 1922. Die Reihen konvergieren schlecht; den höheren Gliedern kommt nur eine formale Bedeutung zu.

Bei jedem Glied der Entwicklung, dem eine gesonderte physikalische Ursache zukommt, wird man im allgemeinen diese um so tiefer in der Erde zu suchen haben, je niedriger seine Ordnungszahl ist.

Die Darstellung in Kugelfunktionen ermöglicht für die Konstruktion isomagnetischer Karten eine Interpolation und in erster Annäherung (nach der obigen Einschränkung) auch eine Extrapolation. Sodann aber — und das ist für die physikalische Deutung der Beobachtungen besonders wichtig — erlaubt sie auch eine Aussage über den Sitz der Ursache des erdmagnetischen Feldes. Sie ermöglicht die Trennung innerer und äußerer Felder, die ganz im Erdinnern oder ganz im Außenraum liegen und je für sich ein Potential besitzen. Die Vertikalkomponente des inneren $Z_i = \Sigma (n+1) P^{(n)}$ und des äußeren Anteils $Z_a = -\Sigma n p^{(n)}$ besitzen entgegengesetzte Richtung an der Erdoberfläche. Neben diesen beiden Potentialfeldern kann zum Feld an der Erdoberfläche auch noch ein drittes Feld beitragen, das kein Potential besitzt. Sein Anteil an dem Feld an der Erdoberfläche ist gleich dem Wert des Linienintegrals der erdmagnetischen Kraft längs einer geschlossenen Kurve auf der Erdoberfläche. Dieser Wert ist äquivalent mit der 4πfachen Stärke elektrischer Ströme, die die umschlossenen Flächen senkrecht durchsetzen. $(\int H ds = 4\pi i)$

Der relative Beitrag zum magnetischen Feld an der Erdoberfläche beträgt für das innere Feld etwa 94 Proz., für das äußere und potentiallose im Mittel ungefähr je 3 Proz. Der magnetische Nordpol liegt nach den Beobachtungen

der Amundsen-Expedition bei 96° W und 71° N. Die nördliche Achsenspur des inneren Feldes liegt nach der Berechnung für die Epoche 1922 $7^1/_2{}^0$ nördlich und 27° östlich davon; diejenige des äußeren $4^1/_2{}^0$ nördlich und 25° westlich davon!

II. Das innere permanente Feld.

Der rotationssymmetrische Anteil.

Die geographische Verteilung des inneren Feldes entspricht zum größten Teil einer homogenen Magnetisierung des Erdkörpers um eine Achse $q\lambda$, die gegen die Drehachse nur wenig (um $11^1/_2{}^0$) geneigt ist. Man kann das Moment m_i des Innenfeldes in einen rotations-symmetrischen, polaren Anteil m_p und einen dazu senkrechten fünfmal kleineren äquatorialen m_q zerlegen (1):

$$p_i = \frac{m_p}{R^3} = g_1{}^0; \quad q_i = \frac{m_q}{R^3} = \sqrt{(g_1{}^1)^2 + (h_1{}^1)^2};$$

$$m_i = \sqrt{(m_p)^2 + (m_q)^2};$$

wo R^3 den Erdradius, $g_1{}^0 g_1{}^1 h_1{}^1$ in bekannter Schreibweise Koeffizienten der Entwicklung nach Kugelfunktionen bedeuten. Die Angaben der folgenden Tabellen sind in Gamma ($\gamma = 10^{-5}$ c. g. s.).

Epoche	p_i	q_i	$\frac{m_i}{R^3}$	φ_i	λ_i
1842	32 169	6447	32809	78° 40′ N	64° 39′ W
1885	31 733	6431	32378	78 32	68 30
1922	30468	6182	31089	78 32	69 08

Die geringe Neigung der magnetischen Achse gegen die Rotationsachse deutet an, daß der Hauptanteil des Innenfeldes der Erde, nämlich die polare Komponente (Längsmagnetisierung) in einer nahen Beziehung zur Umdrehung der Erde stehen muß. Diese Theorie ist vielfach diskutiert worden (2). Nimmt man außerdem eine Unsymmetrie im inneren Aufbau, in der Suszeptibilität der Erde an, so ergibt sich die äquatoriale Komponente (die Quermagnetisierung) aus der induzierenden Wirkung der Längsmagnetisierung in diesem inhomogenen Erdinnern. Diese Vorstellung eines Zusammenhanges mit der Rotation ist naheliegend, und sie wird noch gestützt durch den Nachweis des Magnetfeldes der Sonne, dessen Achsenrichtung zur Rotationsrichtung dieselbe Beziehung aufweist wie das Erdfeld zur Erddrehung.

Vergleich des Magnetfeldes der Sonne und Erde.

Es ist daher wohl angebracht, die Magnetfelder der Sonne und Erde eingehender miteinander zu vergleichen (3).

Es gelang Hale und seinen Mitarbeitern durch Beobachtungen des Zeemaneffektes außer den starken Magnetfeldern in Sonnenflecken (bis 4000 Γ) auch ein allgemeines Magnetfeld der Sonne nachzuweisen. Doch liegt der Effekt hier sehr nahe an der Fehlergrenze. Selbst bei der verwendeten hohen Dispersion von etwa 5 mm für 1 Å betrug der Effekt nur 0,003 mm, während die Breite der Linien selbst hundertmal größer war. Trotzdem kann man als gesichert hinnehmen, daß die Sonne ein Magnetfeld besitzt, dessen Feldstärke am magnetischen Pol der Sonne H_p etwa 30—50 Γ beträgt und dessen Form im wesentlichen dem einer gleichförmig magnetisierten Kugel entspricht. Der Zeemaneffekt wurde an verschiedenen Linien bestimmt, 11 Linien des Fe, 8 Cr, 4 Ni, 5 V, 1 Ti und an einer besonders geeigneten aber unbekannten Linie. Der Effekt war nicht an allen Linien gleich. Diese verschiedenen Linien gehören nach den Beobachtungen am Flashspektrum zu verschiedenen Niveaus der umkehrenden Schicht, und Hale glaubt auf Grund dessen innerhalb der umkehrenden Schicht eine starke Abnahme des Feldes nach außen hin feststellen zu können, von 55 Γ in 250 km zu 10 Γ in 400 km Höhe. Dies verträgt sich nicht mit der allgemeinen Form des Feldes, das dem einer gleichförmig magnetisierten Kugel entspricht und dessen Abnahme nach außen $\frac{dH}{dr}$ daher proportional mit $3\frac{H}{r}$, also rund tausendmal kleiner sein sollte. In der Tat zeigen die Werte von H_p als Funktion der Höhe eine starke Streuung, so daß man sie besonders in Anbetracht der hohen Fehlergrenze auch als eine Streuung um einen einzigen Mittelwert auffassen könnte. Als weiteres sehr wichtiges Ergebnis der Untersuchung ergab sich, daß der Magnetpol der Sonne um 6° vom Rotationspol entfernt ist und diesen in 31,5 Tagen umkreist. Die Sonne hat nun keine einheitliche Rotationszeit; diese nimmt im selben Niveau mit der Breite zu, und in derselben Breite mit der Tiefe. In der umkehrenden Schicht beträgt sie am Äquator $26^1/_2{}^d$ in 45° Breite $30^1/_2$ Tag. Aus den Eintrittszeiten großer erdmagnetischer Störungen wissen wir, daß sich diese wiederholen nach Zeiträumen, die sehr nahe ganze Vielfache von 30 Tagen sind. Die Ausbrüche großer Störungen scheinen danach verknüpft zu sein mit Aktionzentren auf der Sonne, die in einem Niveau liegen, das auch in niederen Breiten in 30 Tagen rotiert. Die gleichzeitig beobachteten Sonnenflecken finden sich ja nur in niederen Breiten. Es hat danach den Anschein, daß in größeren Tiefen der Sonne

eine für alle Breiten einheitliche Rotationszeit von annähernd 30 Tagen besteht, und daß dies Niveau gleichzeitig der Träger des allgemeinen magnetischen Feldes der Sonne ist.

Der wesentliche Teil des Magnetfeldes der Erde und Sonne ist ähnlich in der Form und gleich in der Richtung, falls diese auf die Richtung der Rotation bezogen wird. Die Neigung der magnetischen Achse gegen die Rotationsachse ist bei beiden gering ($11\frac{1}{2}^0$ und 6^0). Die Magnetisierung der Volumeneinheit J ist für die Erde 0,08, für die Sonne 6,6. Wenn man nur die rotationssymmetrischen Anteile der Magnetfelder vergleicht 0,073 und 6,6.

Hierbei ist für die Sonne der von Hale angegebene Wert für die tiefste Schicht nämlich $H_\beta = 55\,\Gamma$ zugrunde gelegt. Sachgemäßer wäre vielleicht ein Mittelwert $H_\beta = 35$, der zu $J_s = 4{,}2$ führt.

Eine Zurückführung der Magnetisierung auf die magneto-mechanische (gyrostatische) Wirkung der Rotation hat viel Bestechendes, führt aber auf Bedenken. Die Versuche von Einstein und De Haas einerseits und von Barnet andererseits haben gezeigt, daß für ferromagnetische Körper eine Beziehung nachweisbar ist zwischen dem magnetischen Moment $\mathfrak{M} = \frac{1}{2} e r^2 \omega$ und dem mechanischen Impulsmoment $I = m r^2 \omega$ eines Elektrons, das den Atomkern umkreist. Befindet sich das Atom in einem rotierenden Körper und ist die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Körpers ω', so erfährt das Atom, das gleichzeitig einen Kreisel und einen Elementarmagneten darstellt, ein Drehmoment $\mathfrak{d} = -2\frac{m}{e}\mathfrak{M}\omega'$. Das Drehmoment sucht die Achse des Atoms (Elementarmagneten) parallel zur Drehachse des Körpers zu stellen. Dies führt zu einer Magnetisierung des Körpers, die bis zur Sättigung gehen müßte, wenn nicht die Zusammenstöße der Wärmebewegung und das entmagnetisierende Feld dies verhindern würden. Barnet (3a) benutzte rotierende Stäbe und verglich die Magnetisierung durch Rotation mit der durch ein äußeres Feld. Er fand für eine Umdrehung pro Sekunde eine Magnetisierung der Volumeinheit $J = 1{,}5 \times 10^{-6}$. Für Kugeln ist ein etwas geringerer Effekt zu erwarten. Sieht man davon ab, so würde unter sonst gleichen Verhältnissen für eine Kugel von der Winkelgeschwindigkeit der Erde sich ergeben $J = 1{,}7 \times 10^{-11}$, also mehr als 10^{10} mal zu klein. Wollte man demnach die Magnetisierung der Erde durch die hier beschriebene Wirkung der Rotation erklären, so müßte man wohl sehr ungewöhnliche Annahmen über das physikalische Verhalten des Erdinneren machen. Nimmt man an, daß diese Verhältnisse im Erd- und Sonneninnern die gleichen sind, so müßten die Magnetisierungen sich proportional der Winkelgeschwindigkeit ergeben, also $\frac{J_s}{J_e} = \frac{1}{31{,}5}$. Dies ist jedoch durchaus nicht der Fall. Die Beobachtung ergibt $\frac{J_s}{J_e} = 90$ für die zur Rotation symmetrischen Anteile, also einen 2800 mal größeren Wert. Eine Magnetisierung durch Rotation, die allein von der Winkelgeschwindigkeit abhängt, genügt offenbar nicht. Es hat vielmehr den Anschein, daß in der Größe der Magnetisierung sich die Größe der Masse geltend macht.

Die Annahme, daß die Magnetisierung der Sonne und Erde durch die Rotation einer positiven Raumladung und negativen Oberflächenladung zustandekommt, führt zu dieser Anschauung. Hierbei muß die totale Ladung null sein. Denn eine Raum- oder Oberflächenladung allein wird ein elektrostatisches Außenfeld besitzen. Wäre die Raum- oder Oberflächenladung allein vorhanden und so groß, daß sie durch Rotation das erdmagnetische Feld erzeugt, so würde ein elektrostatisches Außenfeld an der Erdoberfläche entstehen, das 10^9 mal größer ist als das aus luftelektrischen Messungen bekannte. Man darf sich die Ladungen natürlich nicht frei beweglich vorstellen, da sie sich sonst vereinigen müßten. Auch kann eine frei bewegliche Oberflächenladung im Innern eines Leiters nicht bestehen. Die physikalischen Schwierigkeiten, denen man hier also begegnet, sollen nicht verkannt werden (2). Entsteht die Magnetisierung einer Kugel durch Rotation einer gleichförmigen Raum- und gleichgroßen Oberflächenladung entgegengesetzten Vorzeichens, so ist das magnetische Potential an der Oberfläche

$$V = V_\sigma + V_\varrho = \omega \sin\varphi \left(\frac{Q}{5} - \frac{S}{2}\right) = -\frac{2}{15} Q \omega \sin\varphi,$$

wo φ die Breite, Q und S die gesamte Raum- und Oberflächenladung und ω die Winkelgeschwindigkeit bedeutet. Da $V = \frac{\mathfrak{M}}{R^2}\sin\varphi$, so ergibt sich die elektrische Raumdichte hieraus für die Sonne und Erde zu $\varrho_s = 4 \times 10^{-15}$ und $\varrho_e = 19 \times 10^{-15}$ E.M.E.

Ihr Verhältnis $\frac{\varrho_s}{\varrho_e} = 0{,}235$ ist nahe gleich $\frac{d_s}{d_e}$ dem Verhältnis der Dichten von Sonne und Erde, das nach der Beobachtung gleich 0,25 ist. Die totalen Raumladungen von Sonne und Erde verhalten sich dann wie ihre Massen. Für $\frac{Q}{m} = \text{const}$ folgt aus den obigen Gleichungen

$\frac{\mathfrak{M}_s}{\mathfrak{M}_e} = \frac{I_s}{I_e}$, d. h. die magnetischen Momente von Sonne und Erde verhalten sich wie ihre mechanischen Drehimpulse. Das Verhältnis der Magnetisierung ist dann $\frac{J_s}{J_e} = \frac{d_s R_s^2 \omega_s}{d_e R_e^2 \omega_e}$. Die Beobachtung ergibt für die rechte Seite 95; für

$$\frac{J_s}{J_e} = \frac{6 \cdot 6}{0{,}073} = 90.$$

Die überraschende Übereinstimmung soll nicht zu hoch bewertet werden, da ja oben gegen den Wert $H = 55\ \Gamma$ Einwände erhoben wurden. Immerhin scheint aber festzustehen, daß die sonst neutrale Materie sich bei der Rotation wie eine Ladung verhält, die pro Masseneinheit annähernd konstant und wenig abhängig von dem physikalischen Zustand der Materie ist. Sie ist von vornherein vorhanden; es wird nicht etwa erst durch die Zentrifugalkräfte eine Trennung der Ladungen herbeigeführt. Sonst müßte sich die Ladung proportional mit ω^2 ergeben.

In Laboratoriumsversuchen werden die zu erwartenden Felder im Vergleich zum Erdfeld sehr gering und daher schwer nachweisbar sein; bei Sternen werden zwar die Felder groß sein können, aber ihr Nachweis durch den Zeemaneffekt schwierig.

Die Quermagnetisierung der Erde.

Unsere Kenntnis vom Erdinnern ist gering. Die Abplattung der Erdfigur, der Betrag der mittleren Dichte und der Dichte des Erdmantels machen es wahrscheinlich, daß sich ein Eisennickelkern im Erdinnern befindet; eine Vorstellung, die durch die sprunghafte Änderung der Geschwindigkeit der seismischen Wellen in der Tiefe eine Stütze findet. Welche Suszeptibilität dieser Eisennickelkern bei der dort herrschenden Temperatur (die wahrscheinlich 1000° weit überschreitet) infolge der überlagernden hohen Drucke von 1 Million Atmosphären annimmt, wissen wir nicht. Die elastischen Eigenschaften des Erdinnern sind jedenfalls infolge des hohen Druckes derart, daß sein Widerstand gegen Formänderung den des Stahles überschreitet. Dies zeigt auch die Gezeitendeformation des festen Erdkörpers. Transversale elastische Wellen können daher das Erdinnere bis zu großen Tiefen passieren. Ob sie im Kern selbst eindringen, ist bisher nicht erwiesen.

Die geothermische Tiefenstufe führt schon in den geringen Tiefen von 50 km zu Temperaturen, die den Schmelzpunkt der Gesteine überschreiten.

L. A. Bauer (1) hat den rotationssymmetrischen Anteil des inneren erdmagnetischen Feldes als Funktion der Breite dargestellt (in γ).

φ	X_i	Z_i
60°	12030	52490
40°	23180	42210
20°	31330	22030
0°	32440	— 2680
20° S	26890	— 23780
40°	20210	— 37650
60°	15100	— 49360

Die Intensität der Magnetisierung des Erdkörpers ist relativ am schwächsten in der Nordpolkappe und in mittleren südlichen Breiten, am stärksten in der Südpolkappe und in den Tropen und mittleren nördlichen Breiten. Die Kontinente (dazu gehört das Südpolargebiet) sind stärker, die Meeresböden (dazu gehört das Nordpolargebiet) sind schwächer magnetisiert; entgegen den bisher geltenden Annahmen, die zur Stützung der Theorie der Kontinentalverschiebung benutzt wurden. So ermutigend eine so einfache Beziehung zu den großen geographischen Zügen der Erde auf den ersten Anblick auch erscheinen mag, und so nahe die Deutung liegt, hier den Einfluß höherer Suszeptibilität der Kontinentalblöcke zu sehen, so sehr stößt doch eine quantitative Rechnung auf Bedenken (4). Bei einer Dicke der obersten Erdrinde von 50 km, wie sie seismische Beobachtung nahelegt, würden zur Erklärung der weitgreifenden tiefliegenden Unterschiede Suszeptibilitäten nötig sein (das Hauptfeld als das induzierende angenommen), die hundertmal größer sind als die der bekannten Gesteine. Die Schwereanomalien und Lotstörungen führen bei isostatischer Massenablagerung zu einer Ausgleichfläche zwischen 60 und 100 km Tiefe, unterhalb der im selben Niveau Dichte- und damit Materialverschiedenheiten, wie sie im Unterschied der Kontinentalblöcke und Meeresböden zutage treten, nicht mehr wahrscheinlich sind. Für die lokalen hochgelegenen Störungen, wie sie z. B. bei der Vermessung der Britischen Inseln und Deutschlands aufgedeckt sind, genügt dagegen die bekannte Verschiedenheit der Suszeptibilität der Gesteine sehr wohl, um die gefundenen Störungsbeträge [von der Größenordnung bis zu 1000 γ] zu erklären. Auf dieselbe Schwierigkeit stößt die gleiche Erklärung für die allgemeine Quermagnetisierung, die in der Entwicklung des Potentials nach Kugelfunktionen mit ihrem wesentlichen Anteil schon im Hauptglied zum Ausdruck kommt und das Maß für die Abweichung der Magnetisierung der Erde von einer rotationssymmetrischen ist. Dieses umfassende Störungsgebiet deutet daher auf tieferliegende Ursachen, auf Tiefen, in denen aber wieder — und darin liegt die Schwierigkeit — Materialverschiedenheiten im selben

Niveau wegen der dort herrschenden Isostasie unwahrscheinlich werden (4)[1].

Das Innenfeld und die säkulare Variation.

Die wesentlichsten Ergebnisse der erdmagnetischen Beobachtungen sind die Bestimmung der Form des erdmagnetischen Feldes, der Neigung der magnetischen Achse gegen die Rotationsachse und der säkularen Wanderung der ersteren um die letztere in einem Zeitraum, der nach vielen Jahrhunderten gemessen werden muß. Die große Schwierigkeit, diese Haupterscheinungen einheitlich abzuleiten, besteht darin, daß sich das erdmagnetische Feld bei der säkularen Wanderung in seinen Hauptanteil unverändert über der Erdoberfläche verschiebt.

Die innere Quermagnetisierung ist also nicht starr mit der Erdachse oder mit bestimmten Oberflächenarealen verbunden. Falls sie durch Induktion des inneren polaren Feldes in einem magnetischen inhomogenen Erdinnern entstanden ist, so muß sich diese Inhomogenität in der durch die säkulare Wanderung vorgeschriebenen Weise verschieben. Das würde voraussetzen, daß Teile des Erdinnern, etwa verschiedene Schalen, mit verschiedener Geschwindigkeit rotieren.

Der Vergleich der Epoche 1922 mit der Epoche 1885 als nächst best gesicherte ergibt für den im Hauptglied der Entwicklung dargestellten Anteil eine Westwärtswanderung des Innenfeldes von 1,02' pro Jahr (1) oder einen vollen Umlauf in 21000 Jahren. Das ist ungefähr derselbe Zeitraum, in dem der Frühlingspunkt auf der Ekliptik einen vollen Umlauf vollführt. Man könnte versucht sein, die innere Quermagnetisierung einem Erdkern zuzuordnen, der seine eigene magnetische Achse besitzt, die gegen die geographische Achse geneigt ist und im Erdkörper eine Präzessionsbewegung vollführt.

Die formale Analyse auf Grund älterer Daten ergab, daß die Partialfelder, die den Gliedern höherer Ordnung entsprechen, in der säkularen Variation mit verschiedener Geschwindigkeit rotieren. Wie weit dies Ergebnis physikalische Bedeutung hat, steht nicht fest.

Die Änderung des Momentes p_i beläuft sich von 1885—1922 auf eine Abnahme von etwa $^1/_{1000}$ pro Jahr; natürlich muß diese augenblickliche Verminderung ein Teil eines periodischen Vorganges sein, der mit der Änderung der Pollage verknüpft sein wird.

III. Das Außenfeld.

Die Frage nach der Realität der Zerlegung des totalen Feldes an der Erdoberfläche in einen inneren und äußeren Anteil ist natürlich eine Frage nach der Meßgenauigkeit des verwandten Materials und nach der Zulässigkeit der notgedrungenen Vernachlässigung der Polkappen.

Die Zerlegung in einen inneren und äußeren Anteil ist mehrfach unabhängig voneinander für verschiedene Epochen vorgenommen worden (1, 5); zuerst von Ad. Schmidt für die Epoche 1885; sodann von L. A. Bauer unter Benutzung älterer Berechnungen von Adams und Fritsche für die Epoche 1842 und auf Grund der neuesten Vermessungsergebnisse der Carnegie Institution für die Epoche 1922. Alle drei Berechnungen benutzen Material, das die Gebiete von 60° N bis 60° S, also 86 Proz. der Erdoberfläche umfaßt. Es sei m_i das Moment des inneren und m_e das Moment des äußeren Anteils (in γ):

	m_i / R^3	m_e / R^3
1842	32809	250
1885	32378	304
1922	31089	539

Da die Genauigkeit der Werte für 1922 etwa 10—20 γ beträgt, so muß man hiernach die Existenz eines Außenfeldes wohl als gesichert hinnehmen.

Die bisher veröffentlichten Messungen der Carnegie Institution sind bei der Konstruktion der neuen erdmagnetischen Karten durch die britische Admiralität benutzt worden. Auf Grund dieser Karten ist von Fr. Dyson und H. Turner (6) eine Neuberechnung des erdmagnetischen Potentials ebenfalls für 1922 vorgenommen. Sie versuchen dabei die Realität des Außenfeldes, insbesondere den Einfluß der Vernachlässigung der Polkappen, auf folgende Weise zu prüfen. Unter der Voraussetzung, daß die Kraftkomponenten X, Y, Z partielle Abteilungen einer Potentialfunktion sind, wurden für eine kugelförmige Erde die Gaußschen Koeffizienten aus jeder der drei Komponenten gesondert abgeleitet. Für Z wurde die Rechnung zweimal durchgeführt, einmal ebenso wie bei X und Y für ein Beobachtungsmaterial von 80° N bis 80° S und sodann noch für Z allein für das Gebiet 60° S bis 60° N. Die aus X und Y abgeleiteten Koeffizienten zeigten nun zwar erhebliche Unterschiede gegenüber den aus Z abgeleiteten; dies also deutet auf ein Außenfeld; aber die Unterschiede für g_1^0 und g_3^0, die sich für die aus Z berechneten Koeffizienten ergaben, einmal für den Bereich 80° N bis 80° S und das andere Mal für 60° N bis 60° S, waren von derselben Größenordnung.

1) Die Erdbebenwellen haben für eine Unsymmetrie in diesen Tiefen noch keinen sicheren Anhalt gegeben.

	aus X	aus Z	aus Z
g_1^0	80° N—80° S	80° N—80° S	60° N—60° S
	30950	30460	30000

Nach diesen Zahlen allein erheben sich zunächst Bedenken gegen die Existenz des Außenfeldes.

Die aus diesen Koeffizienten nun wieder rückwärts berechneten Werte von X, Y, Z zeigen jedoch gegenüber den ursprünglichen, beobachteten Werten erhebliche systematische Abweichungen, und zwar für Z negativ auf der nördlichen, positiv auf der südlichen Halbkugel und null am Äquator (1). Die Differenzen sind also durchaus in dem Sinne, wie man sie erwarten muß, wenn ein äußeres Feld existiert, das bei der Ableitung der Koeffizienten nicht berücksichtigt wurde. So wird man also das Außenfeld doch als reell ansehen müssen.

Das äußere Feld läßt sich nun ebenso wie das innere zerlegen in einen polaren p_e und einen äquatorialen q_e Anteil (1).

Außenfeld.

	p_e	q_e	φ_e	λ_e	m_e R^3
1842	202	147	53,°9 N	92,°6 W	250
1885	186	241	37, 6	180, 9	304
1922	523	132	75, 6	121, 4	539

Das Verhältnis des polaren zum äquatorialen Anteil ist 1922 für das innere und äußere Feld nahe gleich. Der Nordpol beider Felder liegt 1922 nahezu in derselben Breite. Für die anderen beiden Epochen trifft dies nicht zu. Doch war das Material, das den beiden ersten Berechnungen zugrunde lag, wesentlich unvollständiger. Der Nordpol des äußeren Feldes liegt in allen drei Epochen westlich vom Nordpol des inneren Feldes.

Der rotationssymmetrische Anteil des Außenfeldes, entwickelt als Funktion der Breite, zeigt, daß das Außenfeld an der Erdoberfläche überall zwischen 60° N und 50° S die horizontale Komponente des Innenfeldes verstärkt und die vertikale schwächt. Bei alleiniger Wirkung des Außenfeldes würde also eine Kompaßnadel nach Norden zeigen, ebenso wie unter Einwirkung des Innenfeldes. Eine Inklinationsnadel würde dagegen auf der Nordhalbkugel nach oben, auf der Südhalbkugel nach unten zeigen, also umgekehrt wie unter Einwirkung des Innenfeldes. Die näheren Daten in γ zeigt die Tabelle für die Epoche 1922.

	X_e	Z_e
60° N	+ 1130	— 610
40	+ 580	— 40
20	+ 430	— 60
0	+ 450	+ 60
20° S	+ 420	+ 180
40	+ 530	+ 400
60	— 130	+ 370

Soll der Hauptanteil des Außenfeldes p_e durch elektrische Stromsysteme in der Atmosphäre erklärt werden, so muß die positive Stromrichtung längs der Breitenkreise von W nach O weisen und die Stromdichte am Äquator 0,006 Amp/cm betragen. Für die niederen Breiten herrscht die Verstärkung der horizontalen Komponente vor; für die Polkappen wird die Schwächung der vertikalen Komponente vorwiegen. Im ganzen wird die Totalenergie an der Erdoberfläche durch diese direkte Wirkung des Außenfeldes wenig beeinflußt werden. Im Erdinnern aber tritt durch das Außenfeld überall eine Verminderung der Magnetisierung ein, so daß eine Abnahme des Innenfeldes zu erwarten ist, wenn das Außenfeld anwächst. Der Übergang zur Epoche 1922 zeigt gleichzeitig eine Zunahme des Außenfeldes und eine allerdings 6 mal größere Abnahme des Innenfeldes. Falls die Änderung des Außenfeldes nur einigermaßen reell ist, würde dies auf eine Permeabilität des Erdinnern deuten, die mehrfach höher als 1 ist.

Das Außenfeld und die Säkularvariation.

Einen anderen als den oben erwähnten Weg zur Erklärung der säkularen Variation zeigte die Theorie von A. Schuster und V. Carlheim-Gyllensköld, die Ad. Schmidt jüngst von neuem diskutiert hat (5). Wenn dem Außenmedium eine elektrische Leitfähigkeit und Relativgeschwindigkeit gegenüber der rotierenden Erde zukommt, so muß das Innenfeld elektrische Ströme im Außenraum induzieren. Diese Ströme sind gegenüber der Erde relativ in Ruhe. Bei Entwicklung nach Kugelfunktionen entspricht jedem Glied der Innenmagnetisierung ein entsprechendes Glied der induzierten Strömung im Außenraum. Das Amplitudenverhältnis ϱ und die Phasendifferenz α des induzierenden und induzierten Gliedes sind durch die Leitfähigkeit $\varkappa$ und die Relativgeschwindigkeit w bedingt.

Prinzipiell lassen sich nun Luftbewegungen angeben, durch die die Form des Außenfeldes als Induktionswirkung des Innenfeldes darstellbar wird, doch sind die Luftbewegungen für den Hauptanteil p_e nicht wahrscheinlich. Am einfachsten und wahrscheinlichsten ist das System der Luftbewegung, das für die Erklärung des äußeren Querfeldes q_e als Induktionswirkung

des inneren Querfeldes q_i nötig ist. Die Vermessung ergab als Phasendifferenz zwischen q_i und q_e für 1885 einen unwahrscheinlich großen, für 1922 dagegen den durchaus möglichen Wert $\alpha = 52^0$. q_e ist gegen q_i nach Westen verschoben. Das Außenmedium, die Atmosphäre, muß also von W nach O strömen, d. h. der Rotation voraneilen. Das Amplitudenverhältnis ergab sich für 1922 zu 0,02. Nimmt man eine Relativgeschwindigkeit von 50 m an, so ergibt sich als Leitfähigkeit für die obere Atmosphäre 10^{-16} EME. Die Leitfähigkeit am Boden ist nach der Beobachtung 10^{-25}. Solche Leitfähigkeiten und Westwinde sind nicht gerade wahrscheinlich, doch auch nicht unmöglich. Die Hauptschwierigkeit liegt jedoch an anderer Stelle. Das äußere Querfeld induziert eine sekundäre der ursprünglichen entgegengesetzt gerichtete und gegen sie verschobene Magnetisierung im Erdinnern, die sich zu der primären q_i addiert und somit eine Achsenverlagerung von q_i zur Folge hat. Die neue Achse von q_i induziert wieder im Außenraum und so fort. Eine stetige Drehung von q_i ist die Folge. (Für die höheren Glieder der Entwicklung ergeben sich natürlich andere Drehgeschwindigkeiten.) Da die Beobachtungen der drei Epochen zeigen, daß q_e gegenüber q_i stets nach Westen verschoben war, so muß q_i durch die sekundäre entgegengesetzte Magnetisierung im Erdkörper stets nach Osten gedrängt worden sein. Die Beobachtung zeigt aber ein Westwärtswandern von q_i. Für die drei Epochen 1842, 1885 und 1922 ist λ_i für das Innenfeld $64^0\,39'$ W; $68^0\,30'$ W; $69^0\,8'$ W. Insofern hat die Neuberechnung auf Grund genauerer Daten keine Stütze der obigen Theorie ergeben. Westliche Lage des Nordpols des Außenfeldes gegenüber dem Innenfeld und gleichzeitig Westwärtswandern des Innenfeldes widerspricht der Theorie. Es fällt damit auch eine Hauptstütze der Annahme, daß q_e durch Induktionswirkung von q_i in einem relativ gegen q_i bewegten leitenden Medium entsteht. Falls man aber an dieser Annahme festhält, dann muß das nach der Beobachtung westlich von q_i liegende q_e eine Ostwärtswanderung von q_i erzeugen, und die tatsächlich beobachtete Westwärtswanderung von q_i muß diese Ostwärtswanderung überdecken. Der Grund der tatsächlich beobachteten stärkeren Westwärtswanderung bleibt dann ungeklärt.

Für die polare Komponente des äußeren Feldes ist gleichfalls noch keine Erklärung gefunden. Falls man diese, was nahe liegt, durch ein Stromsystem im Außenraum darstellt, das den Breiten entlang fließt, muß die Stromrichtung ostwärts verlaufen[1]).

1) Wir werden später sehen, daß ein äußeres Stromsystem vorhanden ist. Es verläuft jedoch westwärts.

IV. Die täglichen Variationen.

Die Schustersche Theorie der täglichen Variationen ist von S. Chapman in einer Reihe von neueren Arbeiten ausgebaut worden (7).

Bei den sonnentäglichen Variationen ruht das Variationsfeld relativ zur Sonne, und die Erde dreht sich in ihm. Der Betrag der Variationen variiert von Ort zu Ort stark mit der Breite, wenig mit der Länge. Zur Sommer- und Tageszeit sind sie stark, im Winter und nachts gering. Die Sonnenhöhe ist das wesentlichste Argument. Doch auch die Aktivität der Sonne zeigt einen starken Einfluß. Die Amplitude der täglichen Variation variiert um 100 Proz. vom Fleckenmaximum zum Minimum; dies aber nur an der Tagseite der Erde. Die Nachtseite — und das ist sehr bedeutsam — zeigt diesen Einfluß nicht.

Die mathematische Analyse ergibt, daß das primäre System der Variation im Außenraum Induktionen im Erdinnern erzeugt, die etwa $^2/_5$ zur Gesamtvariation an der Erdoberfläche beitragen. Die horizontalen Komponenten beider Felder verstärken sich, die vertikalen schwächen sich.

Der äußere Anteil.

Bei den mondtäglichen Variationen ruht das Variationsfeld relativ zum Mond während der Erdrotation. Wie bei den Gezeiten von 12 (mond)-stündiger Dauer schiebt sich die Welle im Laufe des synodischen Monats durch den Sonnentag und zeigt dabei in ihrer magnetischen Intensität die Abhängigkeit von der Sonnenhöhe, die für die sonnentägliche Variation schon erwähnt wurde, und die durch die ionisierende Kraft der Sonne bedingt ist. Das Maximum der 12 (mond)-stündigen lunaren Variation, das auf die Tageszeit fällt, ist weit stärker als das nächtliche.

Für die mondtägliche Variation, deren Ursache die Gezeitenbewegung der Atmosphäre ist, läßt sich durch geeignete Anordnung der Berechnung die halb-(mond)-tägige Welle aus den Überlagerungen der 24, der 8 und 6 stündigen usw. rein herauslösen. Es sind dann nur zwei Unbekannte vorhanden, die halbtägige Luftbewegung und die Variation der Leitfähigkeit, die sich dann als Funktion der Zenitdistanz der Sonne ergibt. Nachdem diese Funktion zu $(1 + {}^2/_3 \cos\omega)^2$ bestimmt ist, läßt sich die sonnentägliche Variation untersuchen. Diese besitzt neben der halbtägigen Variation noch eine ganztägige, deren Einfluß etwa $^1/_3$ der halbtägigen beträgt.

Die Analyse zeigt, daß der Charakter der halbmondtäglichen magnetischen Variation Induktionsströmen entspricht, wie sie durch die

horizontale Luftströmung der atmosphärischen halbmondtäglichen Gezeitenwelle gegen die Vertikalkomponente des permanenten erdmagnetischen Feldes entstehen müssen, und die offenbar bis in große Höhen hinaufreichen. Für die halbsonnentägliche magnetische Variation ist dagegen die halbtägige Barometerschwankung verantwortlich, die sich als eine Grundschwingung der Atmosphäre wohl in alle Höhen erstreckt. Beide zeigen die gleichen Beziehungen zur geographischen Länge und Breite. Die ganzsonnentägige magnetische Variation wird sich vielleicht weniger durch die ganztägige Barometerschwankung erklären lassen; diese zeigt eine weitgehende Unbeständigkeit von Ort zu Ort in bezug auf Länge und Breite, Jahreszeit, Meereshöhe und Wetter. Eher hat man es mit einer Wärmewirkung des sehr regelmäßigen halbtägigen Stromsystems zu tun, das wegen der stärkeren Ionisation an der Sonnenseite dort die größte Stromstärke erreicht. Das Verhältnis der halbtägigen solaren und lunaren magnetischen Variation ist rund 10; das entsprechende Verhältnis für die Druckschwankungen p ist am Boden 16; in großen Höhen wahrscheinlich kleiner, weil erfahrungsgemäß dp/p für die sonnentägliche Variation mit der Höhe abnimmt; dies ist ein Temperatureffekt, der bei der lunaren Variation nicht zu erwarten ist.

Die erforderlichen Leitfähigkeiten λ sind für die sonnentäglichen und mondtäglichen Variationen von der gleichen Größenordnung 10^{-12} bis 10^{-13} EME, wenn eine 300 km dicke Schicht zugrunde gelegt wird. Dieser Wert von λ ergibt sich aus dem Vergleich des Geschwindigkeitspotentials der halbtägigen lunaren atmosphärischen Druckschwankung mit der beobachteten entsprechenden magnetischen Variation. Man hat versucht die Fortpflanzung drahtloser Wellen längs der Erdoberfläche durch eine Schicht hoher Leitfähigkeit in großer Höhe zu erklären. Die unterste Schicht der Atmosphäre bis zu etwa 100 km Höhe besitzt nach dieser Annahme sehr geringe Leitfähigkeit; die mittlere bei Tage hohe und bei Nacht geringe und die höchste stets hohe Leitfähigkeit. Die Schicht der täglichen erdmagnetischen Variationen würde hiernach die mittlere sein. Diese Erklärung stößt jedoch auf physikalische Bedenken. Die hohe Leitfähigkeit müßte zu einer starken Dämpfung der drahtlosen Wellen führen. Man muß für die Erklärung großer Reichweiten wohl eher eine Änderung der Dielektrizitätskonstanten mit der Höhe annehmen.

Ist nun die für die Erklärung der erdmagnetischen Variationen geforderte hohe Leitfähigkeit, 10^{11} mal höher als am Boden, möglich? Die Leitfähigkeit $\lambda = nev$ hängt ab von der Zahl und der Beweglichkeit der Ionen. Letztere variiert reziprok mit dem Druck. Der Druck in Höhen von 100, 200 usw. km hängt ab von der Zusammensetzung der Luft am Boden. Dem früher angenommenen Vorwiegen von Wasserstoff in großen Höhen scheinen die Polarlichtspektren zu widersprechen. Diese zeigen vorwiegend Stickstoff, vielleicht Sauerstoff, jedoch keinen Wasserstoff. Nimmt man an, daß auch in großen Höhen im wesentlichen nur Stickstoff und Sauerstoff vorhanden ist, so ist in 200 km Höhe der Druck 10^{11} mal niedriger als unten. Die Beweglichkeit könnte dort also sehr wohl den geforderten Wert erreichen.

Für die täglichen Variationen kommt als Ionisator in der oberen Atmosphäre nur eine Strahlenart in Betracht, die von der Sonne ausgeht und mit ihrer Zenitdistanz variiert und wie das Licht im erdmagnetischen Feld keinerlei Ablenkung erfährt; auch muß die Intensität dieser Strahlung in der elfjährigen Sonnenfleckenperiode mindestens um 100 Proz. schwanken (proportional dem Quadrat der Leitfähigkeit). Für die Ionisierung des Sauerstoffs kommt sicherlich nur ein sehr kleiner Teil, nur 10^{-5}, des Sonnenspektrums in Frage, nur Wellenlängen kürzer als 1350 Å. Am Boden liegt das Ende des Sonnenspektrums bei 2900 Å. Nach Beobachtungen der Solarkonstanten schwankt die Sonnenstrahlung bis zu 10 Proz. Die Schwankung folgt — jedoch recht unregelmäßig — der 11 jährigen Fleckenperiode. Einer Schwankung von 100 Proz. im Gebiet unter 1350 Å würde, einen schwarzen Körper von 6000° vorausgesetzt, eine Temperaturänderung von 230° und eine Verlegung des Strahlungsmaximums um 180 Å zur Folge haben. Die Totalintensität aller Wellenlängen würde dann um 13 Proz. schwanken, die sichtbaren weniger. Es liegt hier die Anschauung zugrunde, daß die Temperatur der Sonne, und somit der Anteil des kurzwelligen Lichtes an der Gesamtstrahlung zur Zeit des Fleckenmaximums größer ist. Dafür spricht auch die Änderung der Helligkeitsverteilung auf der Sonnenscheibe im Verlauf der Fleckenperiode (7).

Der innere Anteil.

Das primäre äußere Feld der täglichen Variation induziert ein sekundäres Stromsystem im leitenden Erdinneren. Die Phasendifferenz α und das Amplitudenverhältnis ϱ, die sich für den inneren und äußeren Anteil aus der Beobachtung ergeben, sind nicht vereinbar mit der Annahme einer gleichförmig leitenden Erdkugel. Für das beobachtete ϱ müßte α nur $^2/_3$ des beobachteten betragen. Man muß daher auf

eine ungleichförmig leitende Erde schließen; in einer ersten, die Rechnung ermöglichenden Annäherung mag dies ein nichtleitender Mantel, darunter ein leitender Kern sein. Eine Manteldicke von 250 km genügt den Beobachtungen. Die Leitfähigkeit des darunter liegenden Erdkerns ergibt sich zu 4×10^{-13}. Aus direkten Messungen ist die Leitfähigkeit der oberen, die Erdkruste bildenden Gesteine im Mittel 100 bis 1000 mal kleiner (10^{-15} bis 10^{-16}), die der Ozeane 100 mal größer, etwa 4×10^{-11} (Eisen 10^{-7} bei 0^0 C).

Mit der Beobachtung verträglich sind auch andere Änderungen der Leitfähigkeit mit der Tiefe. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß die Leitfähigkeit des Silikatmantels der Erde bei einer Temperatur von 1000^0 wohl 100 bis 1000 mal größer ist; und diese Temperatur kann sehr wohl in den Tiefen von 250 km vorhanden sein, wahrscheinlich schon in geringeren Tiefen.

Für die feuchten allerobersten Erdschichten ist $\lambda = 10^{-13}$. Wegen ihrer geringen Tiefe sind sie jedoch zu vernachlässigen. Die Ozeane dagegen üben einen durchaus merklichen Einfluß aus. Bei einer Durchschnittstiefe von 5 km (Pacific) muß sich nach der Rechnung die Amplitude des inneren Anteils um $^1/_3$ erhöhen. Die Beobachtung ergibt für das Amplitudenverhältnis ϱ des Hauptgliedes der Entwicklung nach Kugelfunktionen an Kontinentalstationen 1,8, an Inselstationen 2,3.

Die Induktionswirkungen des Außenfeldes auf das Erdinnere, die bei Störungen zutage treten, sind mit der obigen Auffassung durchaus vereinbar (7).

V. Das Störungsfeld.

Allgemeines über Störungen.

Außer den periodischen Variationen zeigt das erdmagnetische Feld noch Schwankungen von oftmals großer Intensität, die in der Plötzlichkeit und scheinbaren Willkür ihres Auftretens und in ihrem zeitlichen Ablauf zunächst den Eindruck großer Unregelmäßigkeiten machen. Diese Störungen sind auch in ihrer geographischen Anordnung weit weniger übersichtlich als die periodischen Variationen. In hohen Breiten zeigen schon nahe benachbarte Stationen zuweilen spiegelbildlichen Verlauf. Die Beziehung zur Zenitdistanz der Sonne ist sehr unähnlich zu derjenigen, die die täglichen Variationen beherrscht. Die Störung ist an der Abend- und Nachtseite der Erde und in hohen Breiten am stärksten entwickelt.

Der Beginn der Störungen ist oftmals ein äußerst plötzlicher, innerhalb der Meßgenauigkeit (etwa 1 Min.) für die ganze Erde gleichzeitiger. Für eine bestimmte sehr regelmäßige Störungsform, Pulsationen, ist diese Gleichzeitigkeit bis auf wenige Sekunden (3 Sek.) sichergestellt (8). Das gleichzeitige Auftreten der magnetischen Störung, der Polarlichter und starker Fleckenentwicklung in der Nähe des Zentralmeridians der Sonne deutet auf einen Zusammenhang dieser Erscheinungen. Es scheint, daß bei Fleckenausbrüchen auf der Sonne von dort elektrische Ladungen ausgeschleudert werden, die bei günstiger Lage der Flecken die Erdatmosphäre erreichen und dort bei ihrem Eindringen ionisieren und die Polarlichter erzeugen. Die eindringenden Ladungen werden im Magnetfeld der Erde in besondere Zonen eingesogen; wie es die Versuche von Birkeland und die Rechnungen von Störmer gezeigt haben. Außer den beiden tief in die Atmosphäre herabreichenden Polarlichtzonen bildet sich ein weit außerhalb der Atmosphäre liegender Ring in der Äquatorebene der Erde aus, dessen Radius mehrere Erdhalbmesser beträgt.

Zur Erklärung der magnetischen Störungen sind nun zwei Theorien aufgestellt. Die eine von Birkeland begründete sieht in ihnen die Stromwirkung der von außen eindringenden Ladungen; die andere, die in ihrem Anfang auf A. Schuster zurückgeht, und von Chapman (9) und durch die Beobachtungen des Samoa-Observatoriums (11) ausgebaut wurde, nimmt an, daß die Störungen die magnetische Wirkung von Induktionsströmen sind, die durch die Bewegung ionisierter Luft gegen das Kraftlinienssystem des erdmagnetischen Feldes entstehen. Der Birkelandschen Theorie stehen quantitative Bedenken entgegen, die zuerst von A. Schuster (10) geäußert sind. Die magnetischen Wirkungen der bewegten Ladungen setzen bei großen Störungen Ladungsdichten voraus, die tatsächlich nicht bestehen können, da die innere elektrostatische Abstoßung sie auseinandertreiben würde.

Eine experimentelle Entscheidung zwischen den beiden Theorien ist möglich durch die Messung des gleichzeitigen elektrostatischen Feldes auf der Erdoberfläche. Bei den Schusterschen Induktionsströmen treten keine wesentlichen Raumladungen auf, die eindringenden Ladungen ionisieren nur. Ihre Eigenladung ist verschwindend gegen die Ladung der gebildeten Ionen. Diese aber bewegen sich ihrem Vorzeichen entsprechend in gleicher Anzahl nach entgegengesetzten Seiten. Die Birkelandschen Korpuskularstrahlen dagegen stellen bewegte Raumladungen dar. Ihre magnetische Wirkung ist $\mathfrak{H} = \frac{e v \sin \varphi}{r^2}$, ihre elektrostatische

$\mathfrak{E} = \frac{ec^2 \sin\varphi}{r^2} = \mathfrak{H}\frac{c^2}{v}$. Der untere Grenzwert der elektrostatischen Feldstörung (für $v = c$) ergibt sich dann für ein $H = 1000\ \gamma$, wie es in großen Störungen beobachtet wird zu 300 Volt/m. Hierzu käme noch eine etwa gleich große Induktion im Erdboden. Die luftelektrische Beobachtung z. B. in Samoa ergab, daß während großer erdmagnetischer Störungen der Potentialgradient keine solche ungewöhnlichen Schwankungen zeigte, die Schwankungen, die der normalen Wetterlage entsprachen, betrugen wie gewöhnlich bis etwa 30 Volt/m. Ähnliche Beobachtungen liegen auch von anderen Orten vor, so daß man das magnetische Störungsfeld wohl kaum bewegten Raumladungen zuordnen kann.

Man wird in den Störungen somit wohl die magnetische Wirkung von Induktionsströmen erkennen müssen. Die Herleitung der Luftbewegung und der Leitfähigkeit sind dann die Hauptaufgaben. Bei der Behandlung der solaren und lunaren Variation war durch die naheliegende Beziehung zum täglichen Gang des Luftdruckes und zur Gezeitenbewegung von vornherein ein Anhalt zur Ableitung des Geschwindigkeitspotentials der Luftbewegung gegeben, und die Leitfähigkeit ergab sich als Funktion der Zenitdistanz der Sonne. Bei der Behandlung der Störungen sind solche Anhalte für die Form der Luftbewegung und die Verteilung der Leitfähigkeit nicht gegeben. Sie sind erst aus dem Bau des Störungsfeldes und seinem zeitlichen Ablauf abzuleiten. Jedenfalls ist die Form der Luftbewegung nicht dieselbe, die den solaren und lunaren Variationen zugrunde liegt, sondern wesentlich abweichend. Die Störung ist nicht etwa nur eine Vertiefung der Stromwirbel der täglichen Variation.

In hohen Breiten ist die örtliche Anordnung und der zeitliche Verlauf einer großen Störung wesentlich komplizierter als in niederen Breiten. Sieht man von den heftigen einem Elementarvorgang überlagerten Schwankungen in hohen Breiten ab, denen lokale Stromwirbel entsprechen, so bleibt als mittlerer Verlauf einer großen Störung eine gedämpfte Schwingung. In mittleren und niederen Breiten erfolgte zunächst ein Anstieg der Horizontalintensität — das ist der dort bei weitem am stärksten gestörte Teil der Intensität — von etwa einstündiger Dauer, dann ein schnelles Absinken zu wesentlich geringeren Werten als dem Normalzustand entsprechen, von diesen ein langsames über mehrere Tage andauerndes Erholen. Die Amplitude erreicht in sehr starken Störungen 1000 γ. Die langsame Rückbildung zum Normalwert wird Nachstörung genannt. Das Azimut des Nachstörungsvektors fällt mit dem magnetischen Meridian zusammen. Sein Betrag nimmt merklich schneller ab als der Sinus der Poldistanz (Magnetpol). Ein sehr bezeichnendes Verhalten zeigt der erste kurze — meist wenige Minuten umfassende — Ausschlag bei Beginn der sehr starken Störung: in der Horizontalintensität ein Abfall der Intensität an der Tagseite, ein Ansteigen an der Nachtseite (11).

Die Luftbewegung, die geeignet ist das Gesamtbild der Störung in mittleren und niederen Breiten zu erklären, kann sowohl in einer horizontalen Bewegung gegen die Vertikalkomponente des Kraftlinienfeldes als auch in einer vertikalen Luftbewegung gegen die horizontale Komponente gefunden werden. Die Umkehr der Bewegung, die für die mittleren und niederen Breiten nahe gleichzeitig erfolgt, läßt sich am ungezwungensten durch eine vertikale Luftbewegung erklären, die für die genannten Zonen gleichzeitig erst abwärts (Anwachsen von H), dann aufwärts (Abnahme von H) erfolgt.

Die Form des Störungsfeldes in hohen Breiten deutet dagegen eher auf horizontale Luftbewegung, die leitende Luftmassen gegen die Vertikalkomponente des permanenten erdmagnetischen Kraftlinienfeldes führt. Wenn es auch nur schwer gelingt eine hinreichende Ursache für diese in hohen Breiten horizontale, in mittleren und niederen Breiten vertikale Luftbewegung anzugeben, so kann doch kaum ein Zweifel darüber bestehen, daß diese Bewegungen erst durch die Störung selbst entstehen und nicht etwa schon vorher vorhanden waren. Man könnte die Abwärtsbewegung als Wirkung des Eindringens der Ladung ansehen, die die Atmosphäre ionisiert und gleichzeitig mit abwärts reißt, ein elektrischer Wind; die Aufwärtsbewegung dagegen als Ausdehnung der Atmosphäre infolge elektrostatischer Aufladung, wie bei einer geladenen Seifenblase. Es bestehen aber gewichtige quantitative Bedenken gegen diese beiden Auffassungen.

In hohen Breiten ist das Eindringen von Ladungen, wie die Polarlichtentfaltung hier andeutet, zeitlich und lokal recht verschieden, stellenweise sehr häufig und sehr intensiv, in niederen Breiten zeitlich und räumlich gleichförmiger. Dem entspricht das Verhalten der Störungen, die in hohen Breiten als lokale Wirbel, in niederen als ein homogenes, die Erde als Ganzes umfassendes Stromsystem auftreten. Eine Schätzung der Leitfähigkeit aus der Intensität der Störung setzt wiederum Kenntnis der Geschwindigkeiten und der Dicke der stromführenden Schicht voraus. Für beide liegen keine Anhaltspunkte vor. Aus der Abklingung der Störung einen Schluß auf die Leitfähigkeit

zu ziehen, wie es geschehen ist, ist gleichfalls nicht zulässig, wenn nicht der ionenvernichtende Prozeß der Rekombination berücksichtigt wird. Dieser Prozeß scheint das Wesentliche beim Abklingungsvorgang am ersten und zweiten Tag nach Ausbruch der Störung zu sein (11). Die Abklingung läßt sich somit in großer Annäherung darstellen durch die Gleichung $\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2$.

Der Koeffizient α der Wiedervereinigung ergibt sich zu 10^{-7} bis 10^{-8} ein Wert, der 10 bis 100 mal kleiner ist als in Luft bei Normaldruck und Zimmertemperatur. α zeigt bei derselben Störung eine Abhängigkeit von der Breite. Bestimmungen von α im Laboratorium unter ähnlichen Temperatur- und Druckverhältnissen, wie sie in der oberen Atmosphäre herrschen, wären sehr wichtig, da dann aus der Abklingungskurve auf die Temperatur und Druckverhältnisse und damit auf die Höhe der stromführenden Schicht in verschiedenen Breiten geschlossen werden könnte. Solche Arbeiten sind geplant.

Nachstörungsfeld und Polarlichter.

Der Charakter des Nachstörungsfeldes ändert sich mit dem zeitlichen Abstand vom Störungsbeginn; in nahem Abstand ändert sich die Intensität stärker als der Sinus der Poldistanz, und der zeitliche Abfall erfolgt vorwiegend nach dem Gesetz der Rekombination; in größerem zeitlichen Abstande ist die Änderung proportional dem Sinus der Poldistanz und der Abfall erfolgt im wesentlichen nach einer Exponentialfunktion. Der gesamte Vorgang wird sich also darstellen lassen durch

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2 - \beta n.$$

Der Nachstörungsvektor in größerem zeitlichen Abstand vom Störungsbeginn verschwindet nie ganz, er wird stets durch den Ausbruch neuer Störungen wieder erhöht. Sein augenblicklicher Betrag ist durch eine Erinnerungsfunktion bedingt, die über die Nachwirkung aller vorangegangenen Zustände summiert. Es scheint außerdem auch ein konstanter Anteil zugrunde zu liegen, der auch im ungestörten Feld vorhanden ist und dem sich die Störungseinflüsse superponieren. Bei den täglichen Variationen sind ähnlich ein konstanter und ein in der 11jährigen Sonnenfleckenperiode variabler Anteil zu unterscheiden. Letzterer ist proportional der Sonnenfleckenrelativzahl. Falls man annimmt, was zunächst nicht unbedenklich scheint, daß das Verhältnis zwischen dem konstanten und dem Störungsanteil des Nachstörungsfeldes dasselbe ist, wie das bekannte Verhältnis beider Anteile beim Feld der täglichen Variation, so läßt sich der konstante Teil des Nachstörungsfeldes berechnen. Er ergibt sich zu etwa 100 bis 200 γ (5). Die Größe, Richtung und die räumliche Anordnung dieses Nachstörungsfeldes ist nun dieselbe wie die des Ringstromes in der Äquatorebene der Erde, der sich nach der Birkeland-Störmerschen Theorie herausbilden muß, wenn elektrische Ladungen, von der Sonne kommend, in das Magnetfeld der Erde eindringen. Auf Grund sehr eingehender Bearbeitung der Potsdamer Beobachtungen hat Ad. Schmidt zuerst auf diesen wichtigen Zusammenhang hingewiesen. Die Bewegung der Ladungen in diesem Ring ist einem galvanischen Strom äquivalent, dessen positive Stromrichtung westwärts geht. Sein Magnetfeld auf der Erdoberfläche gemessen, würde also eine Erniedrigung der horizontalen Komponente erzeugen, wie sie bei der Nachstörung beobachtet wird. Bei jeder Störung wird die Strömung in diesem Ring verstärkt. Wenn die Zufuhr von Ladungen von der Sonne her beendet ist, zerstreut sich die Ladung langsam durch elektrostatische Abstoßung nach einem Exponentialgesetz. Der Ringstrom liegt weit außerhalb der Atmosphäre in einem Abstand von der mehrfachen Größe des Erdradius. Darum treten bei ihm keine Leuchterscheinungen auf. Der Hauptanteil des Störungsfeldes liegt dagegen in der Atmosphäre, etwa in der Höhe der Polarlichter, und ist durch die Ionisation und Bewegung der Luft bedingt und verschwindet durch Rekombination.

Die Existenz dieses Ringstromes wird nun durch eine Besonderheit der Polarlichter überaus wahrscheinlich.

Die Polarlichtbeobachungen ergeben nämlich für die Zone größter Häufigkeit einen Abstand vom magnetischen Pol von ungefähr 23°. Doch werden noch häufig während magnetischer Störungen Polarlichter bis zu 40° Abstand, ja sogar bei besonders starken Störungen noch weiter entfernt, beobachtet. Während der größten Störung der letzten 15 Jahre, am 14. und 15. Mai 1921, wurde in 73° Poldistanz (in Samoa) ein sehr deutliches Polarlicht beobachtet. Die Störungen ziehen also die Polarlichter in niedere Breiten herab. Nach der Störmerschen Theorie (13) der Bewegung elektrischer Ladungen im Magnetfeld der Erde ist

$$\sin\alpha = \sqrt{2\frac{\Delta}{c}}; \quad \text{wo } c = \sqrt{\frac{M}{H\varrho}}$$

α bedeutet die Poldistanz des Polarlichtes, M das magnetische Moment der Erde. $\Delta = R + h$, wo R der Erdradius und h die Höhe des Polarlichtes ist, $H\varrho = \frac{m}{e} v$.

Für die Bahn der eindringenden Ladungen und damit für die Poldistanz der Polarlichter ist also $H\varrho$ und M maßgebend. Die Werte von $H\varrho$ für bekannte Strahlen führen nun zu Werten der Poldistanz, die viel zu klein sind; für β-Strahlen bis zu 6°, für α-Strahlen bis zu 18°. Geschwindigkeiten, die nur wenige Meter von Lichtgeschwindigkeit entfernt sind, wären nötig, um den Beobachtungen zu genügen. Die Höhe der unteren Grenze der Polarlichter liegt nach den Messungen von Störmer und Vegard (14) in der Zone größter Häufigkeit nicht tiefer als zwischen 90 und 100 km. Bei größter Poldistanz reichen die Polarlichter noch weniger tief herab. Das durchlaufene Luftäquivalent hängt wesentlich von der Zusammensetzung der Luft ab. Falls man eine Stickstoff-Sauerstoffatmosphäre annimmt, genügen die Geschwindigkeiten der bekannten Strahlen, um die Absorptionshöhe der Polarlichter (untere Grenze) zu erklären. Setzt man jedoch die Geschwindigkeit so hoch an, wie sie die beobachtete Poldistanz der Polarlichter fordert, so wird die Reichweite viel zu groß. Die Polarlichter müßten dann viel tiefer herabreichen, als beobachtet wird.

Geht man jedoch von den im Laboratorium beobachteten Reichweiten der bekannten Strahlen aus, mit denen die beobachteten Absorptionshöhen der Polarlichter verträglich sind, und hat somit sowohl über $\frac{m}{e}$ wie v verfügt, so bleibt zur Erklärung der beobachteten Poldistanz der Polarlichter nur übrig, über das ablenkende magnetische Feld neue Annahmen zu machen. Die Beobachtung zeigt, daß die Poldistanz der Polarlichter um so größer wird, je stärker die gleichzeitige magnetische Störung ist. Die Rechnung zeigt nun, daß das magnetische Feld des weit außerhalb liegenden Ringstromes in der Äquatorebene einen wesentlichen Einfluß auf die Bahnkurve der in die Atmosphäre eindringenden Polarlichtstrahlen gewinnen kann (13). Für die Polarlichtstrahlen und für die Strahlen, die den Ring in der Äquatorebene bilden, sei ein Wert für $H\varrho$ zwischen 100 und 10000 angenommen (Kathodenstrahlen — β-Strahlen), was mit den Absorptionshöhen verträglich ist. Das Magnetfeld des Ringstromes auf der Erde gemessen, muß dann etwa 300 γ betragen, damit die Poldistanz der Polarlichter bis zu 35° anwächst. Je stärker die Störung, um so stärker wird sich der Ringstrom ausbilden und um so mehr muß sich die Poldistanz der Polarlichter erhöhen. Diese Eigenschaft, die Größenordnung der Intensität, und auch die von der Theorie geforderte Richtung besitzt in der Tat das beobachtete Nachstörungsfeld (5) (12). Das Außenfeld, das sich aus der Vermessung der Erde ergeben hat, hat zwar auch dieselbe Größenordnung, jedoch, wie schon erwähnt, entgegengesetzte Richtung.

Sonnentätigkeiten und magnetische Störungen.

Bei den bisherigen Erörterungen ist angenommen, daß Ladungen, von der Sonne kommend, in die Erdatmosphäre eindringen. Für den solaren Ursprung der Ladungen spricht die Gleichzeitigkeit der Störungen und der starken Entwicklung von Sonnenflecken; sodann die Wiederholung der Störungen nach Ablauf einer Sonnenrotation. Hierbei ist besonders beachtenswert, daß zwei verschiedenen Rotationsdauern der Sonne, die zu verschiedenen Niveaus zu gehören scheinen, sich in den Störungshäufigkeiten wiederfinden, eine 30tägige (15) und vor allem eine 27tägige (16). Die letztere zeigt sich sowohl in der Wiederholung der Störungen überraschend deutlich, wie auch in der Wiederholung magnetisch besonders ruhiger Zeiten; so daß man auf Grund der erdmagnetischen Aktivität ganz bestimmte Areale der Sonne als aktiv und ruhig unterscheiden kann. Diese Differenzierung der Sonnenoberfläche, und zwar eines synodisch in 27 Tagen rotierenden, also hochgelegenen Niveaus erhält sich dort trotz der dort herrschenden leichten Beweglichkeit eine Reihe von Rotationen hindurch. Aber noch erstaunlicher ist, daß Störungszentren in tiefer liegenden etwa in 30 Tagen rotierenden Sonnenschichten zu bestehen scheinen, die sich mehrere Jahre hindurch in ihrer Lage unverändert erhalten und immer wieder Anlaß zu Ausbrüchen magnetischer Störungen auf der Erde geben. Von diesen tiefliegenden Störungszentren auf der Sonne scheinen von Zeit zu Zeit — vielleicht vulkanartig — Eruptionen auszugehen, die die aktiven, Korpuskularstrahlen aussendenden Massen in ein höheres Sonnenniveau heben, wo sie mehrere 27tägige Rotationen hindurch wirksam bleiben, und jedesmal wieder beim Passieren der günstigen Lage, gegenüber der Erde, Anlaß zu erdmagnetischen Störungen geben. Die kontinuierlichen photographischen Aufzeichnungen der Bewegungen der Magnetnadeln in den Observatorien schreiben uns somit sowohl eine Geschichte wie eine temporäre Geographie der Sonne auf.

VI. Der potentiallose Anteil.

Der potentiallose Anteil des erdmagnetischen Feldes verlangt elektrische Ströme von der Größe 10^{-11} bis 10^{-12} Amp./cm², die die Erdoberfläche senkrecht durchsetzten, deren positive Stromrichtung in polnahen Zonen aufwärts, in niederen Breiten abwärts gerichtet ist (17). Die uns be-

kannten luftelektrischen Ströme sind überall abwärts gerichtet. Die mittlere Stromstärke beträgt 10^{-16} Amp./cm². Es sind dies der Leitungsstrom und der Konvektionsstrom durch Regen und vertikale Luftbewegung. Den wesentlichen Anteil liefert der Leitungsstrom. Er ist in den verschiedenen Gegenden der Erde nur wenig verschieden. Bei Gewitterstörungen erreicht der Vertikalstrom für kurze Zeit und lokal beschränkte Gebiete hohe Werte bis etwa 10^{-13} Amp./cm². Der luftelektrische Vertikalstrom ist also in keiner Weise ausreichend zur Erklärung des endlichen Wertes des Linienintegrals der erdmagnetischen Kraft längs der Breitenkreise oder längs geschlossenen Bahnen. Bei der Weltvermessung der Carnegie-Institution sind zur Prüfung dieser Frage bei einigen Vermessungsfahrten geeignete geschlossene Bahnen befahren worden. Die nachfolgende Tabelle gibt die Stromstärken für einige große Areale. Für die Berechnung sind solche Fahrten, Landesvermessungen oder die Weltvermessungen benutzt. Es kann danach kein Zweifel bestehen, daß solche Ströme tatsächlich bestehen. Ihre physikalische Natur ist noch ungewiß.

Bahn	umschlossene Fläche	Vertikalstrom in Amp./cm²
New York—Spitzbergen —New York	$4{,}4\times10^{6}$ km²	-5×10^{-12}
New York—England —New York	13,1	— 4
Indien bis zum Äquator	11,2	0
Pazifik in niederen Breiten	13,5	+ 0,9
Erdumseglung zwischen 40° S u. 60° S	50,2	+ 1,7
Landesvermessung Frankreich	0,4	+ 0,4
Landesvermessung U.S.A.	75° —115° W u. 30° — 50° N	— 3,3
Weltvermessung	90° — 50° N	+ 2,1
„	50° — 30° N	+ 1,9
„	30 — 10° N	— 3,0
„	10° N — 10° S	— 1,2
„	10° — 30° S	+ 1,8
„	30° — 50° S	— 1,6
„	50° — 90° S	+ 1,8

Stromrichtung aufwärts ist positiv gezählt.

Sodann wurden auch Linienintegrale über Flächen umschlossen von zwei Parallelkreisen und zwei Meridianen in je 10° Abstand berechnet. Als vorläufiges Ergebnis zeigen sie, daß der Vertikalstrom im Mittel über den Ozeanen und Tiefdruckgebieten vorzugsweise aufwärts, über den Kontinenten und Hochdruckgebieten abwärts fließt (17).

Die Berechnung des Potentials des täglichen Variationsfeldes erlaubt in gleicher Weise, wie beim permanenten Feld die Trennung des inneren, äußeren nnd potentiallosen Anteils. Es ergibt sich auch für die tägliche Variation ein potentialloser Anteil. Diesem entsprechen in mittleren nördlichen Breiten abwärts gerichtete Vertikalströme (positive Stromrichtung). Die Intensität dieser Ströme schwankt im Laufe des Tages um 3×10^{-13} Amp./cm², und zwar ist die Stromdichte des abwärts gerichteten Stromes zur Nachtzeit größer, um Mittag geringer. Diese Schwankung stimmt dem Sinne nach überein mit der Schwankung des ebenfalls abwärts gerichteten luftelektrischen vertikalen Leitungsstromes, der gleichfalls um Mittag ein Minimum aufweist. Die Stromdichte des luftelektrischen Leitungsstromes ist jedoch 1000 mal kleiner. Selbst der neuesten Berechnung des Potentials der täglichen Variation (18) konnten jedoch für die Südhalbkugel der Erde nur zwei Stationen, Batavia und Samoa, zugrunde gelegt werden. Die Berechnung erstreckt sich somit nur auf das Feld von 60° N — 14° S. Darin liegt eine wichtige Beschränkung der Ergebnisse.

Der dauernd vorhandene luftelektrische Vertikalstrom $i = 5\times10^{-16}$ Amp./cm² ist vielfach bestimmt aus der Leitfähigkeit der Luft $= 3\times10^{-4}$ E.S.E. und dem Potentialgradienten 150 Volt/m.

Diese beiden Größen sind auch mehrfach über lange Zeiträume beobachtet worden zur Ableitung ihrer täglichen und jahreszeitlichen Veränderlichkeit. Der oben angegebene Mittelwert des Stromes besitzt somit eine große, wohl für alle Breiten geltende Sicherheit. Wenngleich aus Polargebieten und Tropen nicht allzuviel Beobachtungen vorliegen, so sind sie doch untereinander so wenig verschieden, daß die Größenordnung zum mindesten als richtig für die Erde als Ganzes angesehen werden muß.

Trotz dieses dauernd vorhandenen Vertikalstromes bleibt der Potentialgradient bestehen, ohne daß wir angeben könnten, wodurch er aufrecht erhalten wird. Die Oberflächenladung σ der Erde ergibt sich aus dem Potentialgradienten. Es müssen der Erde etwa 3000 Elektronen oder negative Ionen pro sec und cm² zugeführt werden, damit diese Ladung trotz des Vertikalstromes erhalten bleibt, da dieser pro sec und cm² ebensoviel Ionen zum Boden fördert. Wäre dies nicht der Fall, so würde die Oberflächenladung der Erde schon in 1000 Sek. auf $^1/_{15}$ sinken; der Gradient also auf 10 Volt/m fallen.

Im täglichen Gang des Potentialgradienten ist nun ein weltzeitliches ganztägiges Glied enthalten, das besagt, daß um 17 — 19 Uhr Greenwich Zeit (etwa Mittag — 2^h p. m. Ortszeit am magnetischen Nordpol) auf der ganzen Erde ein Maximum des Potentialgradienten auftritt (19). Desgleichen scheint auch der tägliche Gang der

erdmagnetischen Aktivität vor allem in hohen Breiten zur selben Weltzeit ein Maximum zu besitzen (20) (22).

Will man die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung durch Ladungszufuhr von außen erklären, so würde dies heißen, daß zu einer bestimmten Weltzeit diese Zufuhr negativer Ladung am reichlichsten erfolgen kann. Die Strahlung, die die Ionisation der Luft während der magnetischen Störung steigert, müßte gleichzeitig die negative Oberflächenladung der Erde vergrößern. Wenigstens ein Teil der eindringenden Ladung müßte bis zum Boden herabreichen. Falls diese Einstrahlung vorzugsweise nur in hohen Breiten erfolgt, wird sich die zugeführte Ladung doch schnell über der ganzen leitenden Erdoberfläche verbreiten. Die durch die eindringende Ladung gesteigerte Ionisation wird dagegen auf die Zonen beschränkt bleiben, in denen das Einströmen erfolgt. Der Potentialgradient muß sich also zu dieser Zeit auf der ganzen Erde erhöhen, die magnetische Aktivität nur in hohen Breiten. Dies scheinen nun die oben angegebenen Beobachtungen zu bestätigen. Am deutlichsten müßte danach das Weltzeitglied bei großen magnetischen Störungen zutage treten. In der Tat zeigte eine Registrierung des täglichen Ganges der Oberflächenladung der Erde eine überraschende Änderung beim Eintritt der großen Störungen 14. und 15. Mai; das Maximum lag in den vorangehenden 10 Tagen um 0^h Greenwich Zeit und in den nachfolgenden 10 Tagen um 17^h Greenwich Zeit.

Gegen diese Erklärung der Oberflächenladung der Erde erheben sich nun gewichtige Bedenken. Einmal sind keine β-Strahlen von solcher Reichweite bekannt, daß sie die ganze Atmosphäre zu durchdringen vermöchten. Falls man die Möglichkeit solcher Strahlen zuläßt, — sie müßten nahe (bis auf wenige Meter) Lichtgeschwindigkeit haben, und infolge ihrer großen elektrodynamischen Masse die große Reichweite besitzen —, so müßte man doch noch die weitere Annahme machen, daß sie nicht ionisierten, da sonst fast 1000mal mehr Ionen gebildet würden, als tatsächlich in der Atmosphäre nahe am Boden beobachtet werden. Theoretische Gründe sprechen nun in der Tat dafür, daß bei sehr hoher Geschwindigkeit die Ionisierungswirkung aufhört, nämlich dann, wenn infolge der kurzen Wirkungsdauer die Beschleunigung des herausgeworfenen Elektrons so sehr anwächst, daß seine Ausstrahlung größer werden müßte als die Energie, die es selbst erhalten hat.

Sind aber β Strahlen von solcher Reichweite möglich, so würde auch der Wert des Linienintegrals der erdmagnetischen Kraft eine einfache Erklärung finden. H. Benndorf hat diese Frage in seinem Referat „Über das Grundproblem luftelektrischer Forschung" sehr eingehend diskutiert (21).

Zusammenfassung.

1. Die Zerlegung des Magnetfelds der Erde ergibt ein Innen- und Außenfeld, deren Momente 1922 0,311 R^3 und 0,005 R^3 c. g. s. betrugen. Beide lassen sich zerlegen in einen rotationssymmetrischen und einen dazu senkrechten Anteil. Das Verhältnis dieser beiden Anteile ist 1922 $\frac{1}{9}$ und $\frac{1}{1}$. Die Breitenlage der Pole daher nahe gleich. Auf der Nordhalbkugel ist der magnetische Pol des äußeren Feldes gegen den des inneren nach Westen verschoben. Der Pol des inneren Feldes wandert seit 1842 westwärts. Die physikalische Ursache des rotationssymmetrischen Anteils des inneren Feldes ist als eine Wirkung der Erdrotation anzusehen. Die Quermagnetisierung vielleicht als Wirkung eines in abweichender Richtung magnetisierten Erdkerns, dessen Verschiebung gegen den äußeren Mantel die säkulare Variation veranlaßt.

2. Die Meeresböden sind schwächer magnetisiert als die Kontinente.

3. Die solare und lunare Variation entstehen durch Induktionsströme in der Atmosphäre; die Bewegung der leitenden Luft im erdmagnetischen Feld stammt für die lunare Variation aus horizontalen halbtägigen Gezeitenströmungen, für die solare vorwiegend aus der halbtägigen Barometerschwankung, die Leitfähigkeit der Luft variiert als Funktion der Zenitdistanz der Sonne; man muß daher kurzwelliges Licht als wirksamen Ionisator annehmen. Die Induktionswirkung des äußeren täglichen Variationssystems im Erdkörper läßt einen Kern hoher Leitfähigkeit 10^{-13} unter einer nichtleitenden Schale in etwa 250 km Tiefe vermuten. Die höhere Leitfähigkeit der Meere macht sich durch eine Verstärkung des inneren Anteils der täglichen Variationen bemerkbar.

4. Die Störungen sind auf Induktionsströme in der oberen Atmosphäre zurückzuführen, die dadurch entstehen, daß sich die leitende Luft im magnetischen Kraftfeld bewegt. Die gesteigerte Ionisation während ihrer Dauer ist durch Eindringen elektrischer Ladungen bedingt, die durch das Magnetfeld der Erde auf die Nachtseite und in hohe Breiten konzentriert werden. Die Bewegung der Luft im Kraftlinienfeld muß mit dem Eindringen der Ladungen selbst im Zusammenhang stehen. Der Abfall der Störungsintensität erfolgt zunächst nach einer Funktion, die der Rekombination der Ionen entspricht.

5. Das später noch vorhandene Nachstörungsfeld entspricht in Intensität, Form und Abfall einem weit entfernten Ringstrom in der Äquator-

ebene, der durch die Birkeland-Störmersche Theorie und das Auftreten von Polarlichtern in niederen Breiten wahrscheinlich gemacht ist.

6. Der potentiallose Anteil des erdmagnetischen Feldes verlangt Vertikalströme von 10^4fach größerem Betrag als die bekannten luftelektrischen. Zur Aufrechterhaltung der Oberflächenladung der Erde sind gleichfalls Ströme notwendig, die unseren Meßinstrumenten bisher entgangen sind. Eine Erklärung kann in schnellen von außen eindringenden Elektronen gefunden werden, die infolge ihrer hohen Geschwindigkeit nicht mehr zu ionisieren vermögen. Das Weltzeitglied im täglichen Gang der Erdladung und der erdmagnetischen Aktivität wäre dann ebenfalls erklärt.

Literaturverzeichnis.

1) L. A. Bauer, Terr. Magn. 1923, S. 1.
2) L. A. Bauer, Terr. Magn. 1912, S. 79; A. Nippoldt, Terr. Magn. 1921, S. 99; Ad. Schmidt, Terr. Magn. 1921, S. 129; W. F. G. Swann, Journ. Franklin-Inst. 1923. S. 433.
3) G. Angenheister, Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen 1925.
3a) Barnet, Phys. Rev. 1915.
4) Ad. Schmidt, Physik. Zeitschr. **22**, 152, 1921.
5) Ad. Schmidt, Zeitschr. f. Geophysik 1924, S. 1.
6) Fr. Dyson u. H. Turner, Monthly Not. Roy. astr. Soc. Geophys. Suppl. Vol. I, 3, 1923.
7) Chapman, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Bd. 213, S. 279, 1913 u. 218, S. 1, 1919; Trans. Phil. Soc. Cambridge **22**, 463, 1922; 341, 1919.
8) G. Angenheister, Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen 1920 u. 1924.
9) Chapman, Proc. Roy. Soc. Bd. 95, S. 61, 1918.
10) A. Schuster, Proc. Roy. Soc. 1911.
11) G. Angenheister, Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen 1920 u. 1924.
12) Ad. Schmidt, Veröffentl. d. preuß. meteorol. Inst. B. V. Nr. 3, 1916.
13) Störmer, Archiv des Sciences phys. et. nat. Genève 1912.
14) Vegard, Phil. May. **21**, 23, 1922; Geophys. Publ. Vol. I, Nr. 1, 1920.
15) Ad. Schmidt, Meteorol. Zeitschr. 1920; Astr. Nachr., B. 214; G. Angenheister, Meteorol. Zeitschr. 1922, S. 19; Terr. Magn. 1922, S. 57.
16) Ch. Chree, Proc. Roy. Soc. 1922, S. 390.
17) L. A. Bauer, Terr. Magn. 1921, S. 33; 1922, S. 31.
18) A. v. Vlenten, Dissert. Utrecht 1916.
19) L. A. Bauer, Terr. Magn. 1920, S. 145; J. S. Mauchly, Terr. Magn. 1923, S. 61; K. Hoffmann, Beitr. z. Physik d. fr. Atm. 1923, 1.
20) G. Angenheister, Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen 1924, S. 81.
21) H. Benndorf, Phys. Zeitschr. **26**, 81, 1925.
22) A. Wigand, Phys. Zeitschr. **25**, 445, 1924.

(Eingegangen 25. März 1925.)

BESPRECHUNGEN.

W. Lietzmann, Methodik des mathematischen Unterrichts. III. Teil: Didaktik der angewandten Mathematik. Gr. 8°. X u. 234 S., m. 4 Tafeln u. 50 Abbildungen. Leipzig, Quelle & Meyer. 1924. Geb. M. 10.—.

Der nunmehr erschienene dritte Band der Lietzmannschen Methodik ist der angewandten Mathematik gewidmet. Hier werden didaktische Fragen aus jenen Unterrichtsfächern behandelt, die an der Mathematik interessiert sind: Linearzeichnen, Werkunterricht, Erd- und Himmelskunde, Staatsbürgerkunde, Physik, Philosophie. In langjähriger praktischer und schriftlicher Tätigkeit hat der Verf. das weit ausgedehnte Stoffgebiet durchgearbeitet. Viele Probleme wurden von Lietzmann zum Gegenstand der didaktischen Übungen gemacht, die er an der Göttinger Universität unter den Auspizien Felix Kleins gehalten hat. Die zahlreichen Hinweise auf die einschlägige Literatur, welche in den Anmerkungen enthalten sind, werden dem Leser willkommen sein. Die Lietzmannschen Bücher gehören zu den unentbehrlichen Werken, die in keiner Schulbibliothek fehlen sollten; der vorliegende dritte Band sei insbesondere auch jedem Nichtmathematiker wärmstens empfohlen. Sieger.

Tagesereignisse.

Dritter Deutscher Physikertag. Der dritte Deutsche Physikertag findet als gemeinsame Veranstaltung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft und der Deutschen Gesellschaft für technische Physik in der Zeit vom 11. bis 17. September 1925 in Danzig statt. Näheres wird später mitgeteilt werden.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule München Dr. Herbert Funk für anorganische Chemie, an der Universität Leipzig Dr. Joseph Kapfhammer für physiologische Chemie, an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Ing. A. F. Müller für physikalische und Elektrochemie.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Ernst Terres in Stettin zum ord. Professor der anorganisch-chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Braunschweig, Dr. I. P. Wibaut zum ord. Hochschullehrer für organische Chemie an der Städtischen Universität in Amsterdam (an Stelle des ausgeschiedenen Professors Holleman), Dr. Reilly als Professor für Chemie an der National-Universität von Irland in Cork.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der pharmazeutischen Chemie an der Technischen Hochschule Braunschweig Geh. Medizinalrat Dr. Heinrich Beckurts.

Gestorben: Der ord. Professor für allgemeine Chemie und Chemie der Kohle und des Erdöls an der Deutschen Technischen Hochschule in Prag Hofrat Dr. August Harpf in Pribram, der Professor der Chemie an der Yale Universität in New Haven Horace L. Wells, Professor der Chemie Dr. Schrawinski in Leningrad.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

MAX KOHL A.G.

Physikalische Apparate

Demonstrations - Rundfunk - Empfangs - Apparate
Oelluftpumpen und Gebläse
Längen- und Kreisteilmaschinen
Komparatoren ✳ Funkeninduktoren
Megadiaskope ✳ Verdunkelungen
Experimentier-Schalttafeln
Laboratorienmöbel

Max Kohl A.-G. Chemnitz 4

Gründungsjahr 1876

Der Kauf von physikalischen Apparaten ist Vertrauenssache!

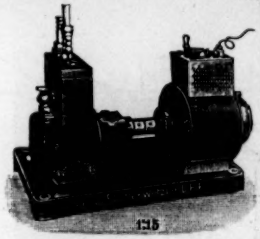
Pfeiffer's

Quecksilber-Dampfstrahlpumpe ganz aus Stahl D. R. P. angem.

15 Liter bis zum Aussetzen jeder Entladung in 10 Sek. vom Vorvakuum ab.

Listen von Abt. H anfordern.

Vgl. Techn. Physik, 1922, Heft 12. Phys. Ztschr. 1922, pag. 463.



Rot. Kammer-Öl-Luftpumpe D. R. P.

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 120 cbm per Stunde

Photometer aller Systeme

Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.

Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge

Oscillographen

Arthur Pfeiffer

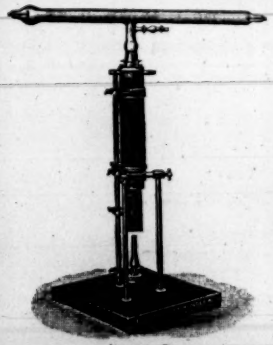
Wetzlar 8

Telegr. Vakupfeif. — Tel. 85 u. 86.

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall

nach Prof. Gaede

D. R. P. und Auslandspatente



$^1/_{10}$ nat. Gr.

Saugleistung: 15 Liter per Sek.

Vorvakuum: 20 mm

„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.

Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.